La répartition fractale des entreprises en concurrence

Frédéric Fabre

2023 - url : https://www.dblogos.net/concurrence_fractale/repartition_des_entreprises_en_concurrence.pdf

Résumé :

La répartition des ressources dans un système social peut être généralement décrite par une exponentielle décroissante appelée « distribution entropique », ainsi qu'il ressort notamment des travaux du sociologue Michel Forsé. Cette distribution est le résultat d'un processus d'optimisation sous contrainte aboutissant à une maximisation de l'entropie, où les ressources sont exprimées sous la forme de la quantité d'information au sens de Shannon. L'objet de cet article est de montrer que, en prenant le cas de l'évolution d'entreprises en concurrence, on peut retrouver cette répartition en décrivant ce processus comme de nature fractale, ce qui permettra de découvrir des résultats supplémentaires : aboutissement du processus comme point fixe, propriétés émergentes du système et part d'indétermination, critères d'efficacité pour les agents qui y participent. Nous verrons enfin comment une interprétation modale du processus permet de retrouver une cohérence formelle avec la définition de l'entropie en thermodynamique.

Mots clés : concurrence, théorie de l'information, optimisation sous contrainte, entropie, fractales, indéterminisme

Title : The fractal distribution of competing firms

Abstract :

The distribution of resources in a social system can generally be described by a decreasing exponential called "entropy distribution", as shown in particular by the work of the sociologist Michel Forsé. This distribution is the result of a constrained optimization process leading to an entropy maximization, where the resources are expressed as the quantity of information in the sense of Shannon. The purpose of this paper is to show that, taking the case of the evolution of competing firms, we can recover this distribution by describing this process as fractal in nature, which will allow us to discover additional results: the outcome of the process as a fixed point, the emergent properties of the system and the share of indeterminacy, and the efficiency criteria for the participating agents. Finally, we will see how a modal interpretation of the process allows us to find a formal coherence with the definition of entropy in thermodynamics.

Keywords : competition, theory of information, constrained optimization, entropy, fractals, indeterminism

Introduction

On peut faire remonter l'idée que la mesure de certaines valeurs donnera des résultats d'autant plus grands que l'étalon de mesure est plus petit (ou que la précision de l'instrument de mesure est plus grande) à la préface de 1912 du beau livre de Jean Perrin, *Les atomes*[1]. Les exemples pris par Jean Perrin, de la mesure de la longueur des côtes de Bretagne aux colloïdes, préfigurent les exemples « canoniques » de la théorie des fractales qui sera développée plus tard par Mandelbrot.[2] Et c'est la *loi de Richardson* qui permettra d'exprimer la relation mathématique entre les grandeurs comprenant de nombreuses aspérités et l'étalon de mesure.[3]

L'idée que la mesure d'une grandeur puisse significativement dépendre de l'étalon de mesure (ce qui légitime le recours à une approche fractale) peut être étendue à d'autres domaines que les sciences physiques, et faire l'objet d'applications dans les sciences sociales.[4] Par exemple, un chercheur doit se baser sur des connaissances antérieures (en les utilisant directement pour certaines, en les critiquant pour d'autres) pour espérer développer des connaissances nouvelles. On pourrait traduire cela en disant que la grandeur de l'information qu'il *pourrait* (peut-être) trouver devrait dépendre de la grandeur de l'information préexistante, qui jouerait le rôle de la précision de l'instrument de mesure. Ou encore, si une entreprise souhaite innover dans un domaine, et (de préférence) en tirer des bénéfices, elle devrait disposer préalablement des connaissances technologiques et commerciales adéquates. Il reste à savoir si ces considérations qualitatives, voire subjectives, peuvent trouver une traduction rigoureuse, et dans le cas présent si l'on est en droit de transposer la loi de Richardson à certains processus d'optimisation économique.

L'objet de cet article est de proposer une telle transposition, dans le cas de la répartition des entreprises sur un marché donné, et de l'évolution de cette répartition.

1. La loi de Richardson

On peut introduire la loi de Richardson à partir des différences dans les longueurs mesurées sur un même segment de droite, selon la longueur de la règle avec laquelle on a effectué les mesures.[5] Soit $L(l)$ la longueur d'un segment mesuré avec une règle de longueur l, et $L(l/p)$ la longueur mesurée avec une règle de longueur l/p. On pose :

$$L\left(\frac{l}{p}\right) = kL(l) \qquad (1)$$

Si A et B sont les deux extrémités de l'objet, sa « taille macroscopique » est le segment reliant ces deux points. On pose :

---

[1] Jean Perrin, *Les atomes*, Paris, Gallimard, 1970, p. 11-22.

[2] Pour le cas des colloïdes, cf. par ex. Rémi Julien, Robert Boter et Max Kolb, *Les agrégats*, in La Recherche n° 171, novembre 1985, p. 1334-1343.

[3] Cf. Benoît Mandelbrot, *Les objets fractals*, Ch. II, *Combien mesure donc la côte de Bretagne ?*, Paris, Flammarion, 1989, p. 21 *sqq*.

[4] Cf. Benoît Mandelbrot et Richard L. Hudson, *Une approche fractale des marchés*, trad. Marcel Filoche, Paris, Odile Jacob, 2009, p. 149.

[5] Cf. Bernard Sapoval, *Universalités et fractales*, Paris, Flammarion, 1997, p. 70-72.

$$L(l) = l\left(\frac{\overline{AB}}{l}\right)^d \qquad (2)$$

En substituant *l*/*p* à *l* dans (2) :

$$L\left(\frac{l}{p}\right) = \frac{l}{p}\left(\frac{\overline{AB}}{lp^{-1}}\right)^d = \frac{l}{p}\,p^d\left(\frac{\overline{AB}}{l}\right)^d = p^{d-1}l\left(\frac{\overline{AB}}{l}\right)^d = p^{d-1}L(l) \qquad (3)$$

D'après (1) et (3) :

$$L\left(\frac{l}{p}\right) = kL(l) = p^{d-1}L(l) \Rightarrow p^{d-1} = k \Rightarrow (d-1)\ln p = \ln k \Rightarrow d-1 = \frac{\ln k}{\ln p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{\ln k}{\ln p} + 1 = \frac{\ln k + \ln p}{\ln p}$$

La dimension fractale est donc:

$$d = \frac{\ln kp}{\ln p} \qquad (4)$$

Les équations (2) ou (3) expriment la *loi de Richardson*, où la dimension fractale correspondante est donnée par (4).[1] Ainsi que l'écrit Bernard Sapoval :

> Une loi de Richardson permet donc la mesure non pas de la longueur de ces courbes, qui n'existe pas comme bonne mesure, mais d'une longueur attachée à cet objet, longueur qui est fonction de la taille de l'étalon utilisé pour la mesure.[2]

2. Position du problème

2.1. Optimisation sous contrainte et distribution entropique

Le sociologue Michel Forsé a posé le problème de l'acquisition de *ressources* dans un système social en des termes très généraux : les « ressources » qui sont acquises en fonction des informations dont disposent les agents peuvent être elles-mêmes de nouvelles informations[3], se concevoir selon un « équivalent monétaire »[4] (réciproquement, on peut dire avec Gérard Radnitzky que « l'argent n'est qu'*une* manière de mesurer des coûts »[5]), ou encore se traduire par « toute variable ordinale susceptible d'une stratification »[6]. Partant du postulat selon lequel la succession des états du système maximise l'entropie, Michel Forsé a démontré que la répartition des ressources au bout d'un processus d'optimisation sous

[1] Il existe d'autres formulations, toutes équivalentes, de la loi de Richardson.
[2] *Ibid*, p. 72.
[3] Cf. Michel Forsé, *L'ordre improbable, Entropie et processus sociaux*, Paris, Presses Universitaires de France, 1989, p. 190-196.
[4] *Ibid.*, p. 191.
[5] Gérard Radnitzky, *La perspective économique sur le progrès scientifique*, in *Entre Wittgenstein et Popper*, Paris, Vrin, 1987, p. 259.
[6] Michel Forsé, *op. cit.*, p. 192.

contrainte (décrit à partir de la méthode des multiplicateurs de Lagrange) devait se traduire par une loi de probabilité à densité (une *distribution entropique*) de la forme $n = Ne^{-x/\bar{x}}$, où *N* est le nombre total d'agents, *n* le nombre d'agents disposant d'une ressource supérieure ou égale à *x*, et $\bar{x}$ la moyenne des *x*. Cette loi de probabilité présente une analogie formelle avec la distribution de Boltzmann[1] – nous reviendrons plus loin (section 7.3) sur cette analogie. En référence à cette approche, Philippe Herlin a abordé la question de l'acquisition de ressources nouvelles dans un réseau d'entreprises en concurrence sous forme d' « apport néguentropique », l'accroissement de la *répartition* de ces mêmes ressources ayant l'effet inverse d'augmentation de l'entropie.[2] Globalement, l'entropie s'accroît au cours du processus, la répartition des entreprises au bout de celui-ci restant toutefois fortement différenciée. (D'un point de vue empirique, la distribution entropique est corroborée dans différents domaines économiques et financiers[3], et des sciences sociales en général.[4])

Partant d'une analogie avec une formule démontrée par Michel Mendès-France, donnant la relation entre la dimension et l'entropie des courbes, Philippe Herlin a ensuite suggéré que l'on pouvait attribuer une dimension fractale au système constitué d'entreprises en concurrence sur un marché, cette dimension fractale n'étant pas fixe mais s'accroissant avec l'entropie.[5]

S'il s'agit bien ici d'aboutir aux mêmes conclusions, l'approche utilisée est inversée : en utilisant une loi de Richardson appliquée au comportement des agents, on vérifiera d'abord que la répartition des entreprises évolue selon un processus fractal jusqu'à l'optimisation, ce qui permettra de retrouver le même type de répartition.

L'utilisation d'une approche fractale suit ici, d'un point de vue méthodologique, un ordre inverse de celui utilisé originellement dans le domaine des marchés boursiers. En effet, dans le cas des marchés boursiers, le « principe d'échelle »[6] est de nature holistique (a pour objet leur description globale et leur évolution)[7], sans référence à une dépendance causale par rapport au comportement des agents pris individuellement, si bien que la « méthode fractale »[8] y est essentiellement (et explicitement) descriptive et non explicative[9]. Ici au contraire l'utilisation d'une loi fractale a d'abord pour objet de traduire une hypothèse explicative relative aux capacités et au comportement individuel des agents économiques. Comme toute formalisation appliquée à des questions de microéconomie, il ne s'agit pas ici de procéder à une « représentation littérale » des faits, mais de mettre en évidence certains aspects avant tout qualitatifs[10], en l'occurrence d'un processus d'optimisation.

Pour revenir à l'approche initiale, on sait que les méthodes basées sur des principes variationnels permettent de calculer des points stationnaires, mais pas de décrire véritablement ce qui se passe *au cours* du processus de variation.[11] Dans le cas présent, cela reste vrai pour ce qui est de la possibilité de décrire une loi de probabilité, que l'on n'obtiendra qu'à la fin du processus. Toutefois l'approche fractale permet de décrire

---

[1] Cf. Michel Forsé, *op. cit.*, p. 190-196.
[2] Cf. Philipe Herlin, *Repenser l'économie*, Paris, Eyrolles, 2012, p. 152-155.
[3] Cf. Philippe Herlin, *op. cit.*, p. 156-158.
[4] Cf. Michel Forsé, *op. cit.*, Ch. VIII, *Applications du modèle,* p. 233-246.
[5] Cf. Philippe Herlin, *op. cit.*, p. 245-246.
[6] Cf. Benoît Mandelbrot, *Fractales, hasard et finance*, Paris, Flammarion, 1997 p. 5.
[7] Pour un résumé concernant cet aspect, cf. Benoît Mandelbrot, *L'application des fractales à la finance* (entretien avec *La Recherche*), https://users.math.yale.edu/mandelbrot/web_pdfs/laRecherche.pdf.
[8] Pour Mandelbrot, il n'y a pas à proprement parler de *théorie* des fractales, mais plutôt une *méthode* fractale. Cf. *Fractales, hasard et finance*, p. 33.
[9] Cf. *Ibid*., p. 6
[10] Cf. Jean Hindriks, *La formalisation et la prévision en économie*, in *Reflets et perspectives de la vie économique*, 2002/4 (Tome XLI), pages 21 à 31, De Boeck Supérieur, p. 24.
[11] Cf.. Florence Martin-Robine, *Histoire du principe de moindre action*, Paris, Vuibert, 2006, p. 113-114.

globalement certaines conditions relatives aux capacités des agents à suivre le processus, tout en mettant en évidence la part d'imprévisibilité qui le caractérise (comme c'est le cas pour certains phénomènes naturels relevant de processus fractals, qui pourtant sont déterministes.[1]).

2.2. *Évolution de l'entropie du système*

On considère un système composé d'entreprises sur un marché donné. On doit distinguer deux aspects relatifs au système *dans son ensemble* : statique (synchronique), et dynamique (diachronique). Concernant l'aspect statique, on admettra à tout moment du processus une inégalité dans la possession d'informations pertinentes entre les entreprises. On est donc ici à l'opposé de la thèse de la concurrence pure et parfaite, concernant notamment la transparence de l'information, l'atomicité des agents économiques, et l'homogénéité des produits. À propos de l'homogénéité des produits, ainsi que l'écrit René Passet :

> Cette façon de procéder constitue en fait une façon d'éliminer l'influence de la qualité sur la formation du prix et d'évacuer toute forme de concurrence par la qualité : la théorie ne connaît que la concurrence par les prix.[2]

La fixation du prix relève en fait d'un arbitrage entre les fonctionnalités et la qualité du produit d'une part, et la « zone optimale d'acceptabilité du prix de vente »[3] d'autre part. La compétence dont relève cet arbitrage doit, en tant qu'information, être intégrée dans le niveau de ressource de chaque agent.

Concernant l'aspect dynamique, dans le cas d'innovations technologiques par exemple, à un moment donné disons qu'une certaine entreprise procède à des innovations correspondant à l'acquisition de nouvelles ressources, à partir des informations dont elle dispose. En physique on admet que « toute information supplémentaire obtenue à propos d'un système correspond à une diminution de l'entropie »[4] ; de la même façon ici l'information constitue un *apport néguentropique*. À l'étape suivante, cette même entreprise pourra profiter des acquis antérieurs pour accroître son niveau de ressource. Mais, dans un contexte de veille technologique et concurrentielle, les autres entreprises présentes ou de nouveaux venus pourront aussi en partie en faire autant, ce qui, en *répartissant* l'information existante, aura tendance à *accroître l'entropie*. (On notera l'analogie avec certaines prémisses du modèle de Romer[5], traduites en termes de théorie de l'information). D'une façon générale, la prise en compte de ressources existantes externes reste la première condition à remplir pour optimiser son positionnement dans un contexte de concurrence.[6] On sait également que, le plus souvent,

---

[1] Cf. par ex. Robert, A & Roy, A. G. (1993). *La modélisation fractale et la variabilité spatiale des phénomènes naturels*. Géographie physique et quaternaire, 47 (1), 3-19, https://doi.org/10.7202/032928ar, p. 13.

[2] René Passet, *Les grandes représentations du monde et de l'économie à travers l'histoire*, Arles, Actes Sud, 2012, p. 415.

[3] Cette zone optimale comprend certes une limite supérieure, mais aussi une limite inférieure en deçà de laquelle l'image du produit sera dégradée. Cf. Armand Dayan, *Le marketing*, Paris, Presses Universitaires de France, 1976, p. 107-108. Il y a aussi les cas d' « effet Veblen » où, pour des raisons seulement socioculturelles, les prix se doivent d'être très élevés pour satisfaire une demande.

[4] Théo Kahan, *Physique théorique*, Tome Premier, Volume 2, Paris, Presses Universitaires de France, 1960, p. 591.

[5] Sur le modèle de Romer, cf. par ex. Dominique Guellec, *Croissance endogène : les principaux mécanismes*, in *Économie & prévision* n° 106, 1992-5, *Développements récents de la macro-économie*, p. 46 ; v. également Arnaud Mayeur, *Macroéconomie*, Paris, Nathan, 2011, p. 316-317.

[6] Cf. par ex. Philippe Moati (CRÉDOC-Université Paris 7), Département « Dynamique des marchés », *Les stratégies d'adaptation des entreprises : éléments d'analyse*, Cahier de Recherche n° 160, octobre 2001, section 4.1.1, *L'acquisition de nouvelles connaissances génériques*, p. 21-22.

chaque nouveau produit créé par une entreprise sera « décortiqué » par la concurrence, qui pourra créer des « variantes brevetables », voire des copies illégales[1] ; et pour l'aspect commercial, les nouveaux venus pourront éviter certaines erreurs commises par leurs prédécesseurs, et profiter des avantages à se positionner par rapport à ce qui existe déjà (ce qui constitue un élément de base du marketing).[2]

Dans le cadre de l'interprétation du concept d'information en cybernétique, on considère généralement l'information sous les deux aspects symétriques d'acquisition de connaissances et de pouvoir d'organisation[3], qui vont tous deux dans le sens de la diminution de l'entropie. Dans le cas présent, puisqu'on a affaire à un système composé d'agents engagés dans un processus où il existe un partage relatif du savoir, on doit également tenir compte de la possibilité de diffusion de l'information, qui au contraire accroît l'entropie du système dans son ensemble. On peut ainsi reconnaître qu'il y a bien *régulation* du système, au sens où, selon la définition qu'en donne Gille Gaston Granger, ce système « comporte deux étages d'organisation », en l'occurrence un « transformateur d'énergie » (l'acquisition de connaissances, qui se traduit par un apport néguentropique), et un « réseau où une information circule »[4], cette circulation ayant pour conséquence inverse un accroissement de l'entropie.

D'autre part, il ne suffit pas de posséder intellectuellement ces informations, il faut encore avoir *conscience* (et une conscience suffisante) de leur utilité (sur les plans technologique et commercial) : il ne sert à rien de disposer de connaissances tant qu'on ne les utilise pas (on retrouve ici la problématique morinienne de la « connaissance de la connaissance »[5]) – Philippe Moati prend l'exemple d'une entreprise qui ferait l'acquisition d'un brevet sans pour autant disposer des compétences suffisantes pour en tirer profit[6]. Si l'on rapproche cet aspect de la notion d'*entropie du temps* selon Paul Idatte, définie, pour une période donnée, comme « le rapport entre le temps qui n'est pas utilisé en vue d'un but et l'intervalle total »[7], on peut dire également que, s'il existe une période où l'on n'utilise pas des connaissances existantes qui seraient pertinentes par rapport au marché, donc qui pourraient constituer un apport néguentropique, il est équivalent de réintroduire ces connaissances existantes comme source néguentropique (pour tenir compte de tout ce qui existe) et de considérer cette « entropie du temps » comme une source d'entropie pour l'ensemble du système.

2.3. Utilisation du concept de quantité d'information

Dans le cas d'une loi de Richardson, l'instrument de mesure est d'autant plus précis que l'étalon de mesure est plus petit, si bien que celui-ci symbolise une grandeur inversement proportionnelle à la quantité dont on a besoin ici, et qui devra exprimer la valeur de l'information disponible. En reprenant l'argument utilisé initialement par Léon Brillouin pour justifier l'introduction de la mesure I d'une information x sous la forme $I(x) = \lambda \ln p(x)$, $\lambda < 0$, où p est la probabilité associée à I, à partir de la probabilité de la réalisation simultanée de

[1] Cf. Daniel Zajdenweber, *Économie des extrêmes*, Paris, Flammarion, 2009, p. 119.
[2] Cf. A. R. François, *Manuel de marketing*, Paris, Éditions d'Organisation, 1973, p. 30 ; v. également Armand Dayan, *op. cit.*, p. 65-67.
[3] Cf. Olivier Costa de Beauregard, *Déterminisme et indéterminisme*, in *Science et synthèse*, ouvrage collectif, Paris, Gallimard, 1967, p. 257.
[4] Cf. Gilles Gaston Granger, *Langages et épistémologie*, Paris, Klincksieck, 1979, p. 119.
[5] Cf. par ex. Edgar Morin, *Messie, mais non*, in *Épistémologie entre complexité et simplexité*, vol. 1, collectif sous la direction de Charles Zacharie Bowao et Marcel Nguimbi, Paris, L'Harmattan, 2015, p. 17.
[6] Cf. Philippe Moati, *op. cit.*, p. 22.
[7] Paul Idatte, *Clefs pour la cybernétique*, Paris, Seghers, 1969, p. 98-99.

deux événements indépendants[1], on peut vérifier que le concept de quantité d'information permet d'exprimer un niveau de ressource[2].

On considère un système social où la valorisation d'une ressource visée relève d'un principe d'ophélimité[3], selon lequel cette valorisation sera d'autant plus importante que la proportion d'agents en capacité d'y accéder est faible. Ainsi que l'écrit Michel Langlois, « le besoin ressenti (…) se confronte à la rareté objective de la ressource et de cette confrontation émerge la valeur de la ressource ».[4] Donc on peut relier ici le niveau de ressource et la probabilité associée à partir d'une interprétation fréquentiste des probabilités, en substituant, pour reprendre la définition qu'en donne Richard von Mises, à la « limite de la fréquence relative avec laquelle un certain résultat se produit dans une certaine suite d'expériences »[5] la proportion d'agents ayant acquis la ressource considérée. Un niveau de ressource devra alors être défini comme une fonction $f(p)$ de la proportion d'agents l'ayant atteint.

Dans le cas de deux ressources indépendantes I_1 et I_2, la probabilité de les détenir ensemble est égale au produit des probabilités respectives p_1 et p_2 de détenir chacune d'elles, le niveau de ressource I correspondant étant alors :

$$I = I_1 + I_2 = f(p_1) + f(p_2) = f(p_1 p_2)$$

Donc la fonction logarithme est appropriée pour exprimer un niveau de ressource. Plus précisément, comme celui-ci doit être positif et que les probabilités sont inférieures à 1, on peut définir I comme le cologarithme de la probabilité, soit $I := -\ln p$. Selon Roger Balian :

> Les quantités d'information acquises lorsqu'on prend connaissance de deux événements indépendants doivent s'ajouter, alors que leurs probabilités se multiplient. Il en résulte que I_n doit avoir la forme logarithmique $-k \ln p_n$ où k est une constante définissant l'unité d'information.[6]

Cette introduction du concept de quantité d'information est donc ici plus appropriée qu'une généralisation à partir de la définition princeps selon Shannon et Hartley, basée sur la recherche par dichotomies successives d'un élément x parmi $N = 2^n$ éléments (avec dans un premier temps une hypothèse d'équiprobabilité) :

$$N = 2^n \Rightarrow n := I(x) = \log_2 N = \log_2 \frac{1}{p(x)}$$

[1] Cf. Léon Brillouin, *La science et la théorie de l'information*, 1959, Paris, Éditions Jacques Gabay, 1988, p. 1-2. v. également par ex. Jean-Bernard Marino, *Utilisation de la théorie mathématique de la communication en sciences de l'information*, Thèse pour obtenir le titre de Docteur en 3ème cycle, École des Hautes Études en Sciences Sociales, 1984, p. 7 ; Nicolas Sendrier, *Introduction à la théorie de l'information*, École Polytechnique, 2007, https://www.rocq.inria.fr/secret/Nicolas.Sendrier/thinfo.pdf, p. 12.

[2] Le contexte mettant en jeu des conditions indépendantes pour aboutir à une telle définition est légitime car il est le plus *fondamental*, tout autre contexte supposant des conditions supplémentaires.

[3] Cf. Vilfredo Pareto, *Manuel d'économie politique*, trad. Alfred Bonnet, Paris, Éditions V. Giard et E. Brière, 1909, p. 157.

[4] Michel Langlois, *Rareté, utilité et valeur : l'approche économique*, https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/griseli/010013723.pdf, 1998, p. 71.

[5] Cf. Richard von Mises, *Théorie des probabilités. Fondements et applications*, Annales de l'I. H. P., tome 3, no 2 (1932), p. 137-190, http://www.numdam.org/article/AIHP_1932__3_2_137_0.pdf, p.16 (p. 152 dans la numérotation du document).

[6] Roger Balian, *Hasard, probabilités, incertitude, déterminisme, chaos…*, https://www.ipht.fr/Docspht//articles/t16/033/public/Hasard_Raison_presente.pdf, 2016.

3. L'optimisation sous contrainte comme processus fractal

3.1. Accroissement de la dimension fractale au cours du processus

Le but est ici de modéliser le processus d'optimisation sous contrainte permettant de décrire l'évolution de la répartition des ressources acquises par des entreprises en concurrence selon une loi de Richardson, en vérifiant que la dimension fractale doit être comprise dans l'intervalle $]1,2]$.[1]

Considérons l'aspect statique (synchronique) : soit I une quantité d'information quelconque pouvant être possédée par une entreprise participant au processus, et $x(I)$ la fonction de cette quantité d'information donnant le niveau de ressource (qui est donc aussi une quantité d'information) que I permet d'atteindre. Soient deux grandeurs $\alpha > 1$ et $\beta > 1$. On considère une entreprise disposant d'une quantité d'information qui lui est propre αI. Cette entreprise aura par hypothèse la capacité d'atteindre un niveau de ressource β fois plus important que celle disposant seulement de I. Ceci peut s'exprimer par une loi de Richardson :

$$x(\alpha I) = \beta x(I) \quad (5) \; ; \qquad x(I) = \frac{1}{I}(I x_0)^d \quad (6)$$

(Dans le cas des mesures de longueur, la valeur de L était d'autant plus grande que l était *petit*, et ici la valeur de x est d'autant plus grande que I est *grand*, donc dans le second membre de (2) on substitue $1/I$ à l et I à $1/l$ par rapport à la démonstration initiale).

La valeur x_0 doit avoir une signification similaire à celle de la longueur AB, à savoir une grandeur plus petite que toutes celles pouvant être générées *au cours* du processus. Pour qu'un agent puisse participer efficacement au processus, la condition limite doit être de disposer *préalablement* d'au moins I_0, de façon que, d'après (6) :

$$x_0 = x(I_0) = {I_0}^{d-1} {x_0}^d$$

ce qui n'est possible que si $d = 1$. Réciproquement, du fait que la grandeur x_0 est par définition plus petite que toutes les grandeurs x_i pouvant être générées *après* le démarrage du processus, la dimension d doit être supérieure à 1 puisque, d'après (6) :

$$\ln x(I) + \ln I = d \times (\ln x_0 + \ln I) \; ; \quad \ln x(I) > \ln x_0 \Rightarrow d > 1$$

Considérons maintenant l'aspect dynamique. Ainsi qu'on l'a vu à la section 2.2, au cours du déroulement du processus, du fait d'une diffusion au moins partielle de nouvelles connaissances, une entreprise disposant d'une quantité d'information αI aura la possibilité d'accroître plus facilement son niveau de ressource x qu'à une étape antérieure. Autrement dit, pour une valeur donnée de β, α pourra diminuer. D'après (6) :

$$x(\alpha I) = \frac{1}{\alpha I}(\alpha I x_0)^d = \alpha^{d-1} \frac{1}{I}(I x_0)^d = \alpha^{d-1} x(I) < \alpha x(I) \qquad (7)$$

[1] Sur la relation entre optimisation sous contrainte et processus fractal, cf. Laurent Nottale, *La relativité dans tous ses états*, Paris, Hachette, 1998, p. 181-184.

À tout moment du processus (pour une valeur déterminée de *d*), il existe pour chaque agent une fonction *x*(*I*) homogène de degré *d*-1, avec $0 < d - 1 \leq 1$, qui caractérise sa capacité de progression. De façon analogue à ce que l'on a vu à la section 1, d'après (5) et (7) :

$$x(\alpha I) = \beta x(I) = \alpha^{d-1} x(I) \Rightarrow \alpha^{d-1} = \beta \Rightarrow \alpha \geq \beta$$

$(d-1)\ln\alpha = \ln\beta \Rightarrow d-1 = \dfrac{\ln\beta}{\ln\alpha} \Rightarrow d = \dfrac{\ln\alpha\beta}{\ln\alpha}$. Dans le cas limite $\alpha = \beta$:

$$\alpha = \beta \Rightarrow d = \frac{\ln\beta^2}{\ln\beta} = 2, \forall\beta \quad ; \quad \forall\beta, I : x(\beta I) = \beta x(I) \qquad (8)$$

La valeur de β pouvant être choisie arbitrairement, pour tous les agents présents au bout du processus :

$$\frac{x(\beta I)}{\beta I} = \frac{\beta x(I)}{\beta I} = \frac{x(I)}{I} = C_I = \text{cte} \qquad (9)$$

où $C_I = \dfrac{x(I)}{I}$ est le coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution $T_I = \dfrac{x(I) - I}{I}$ des niveaux de ressource, qui est donc aussi une constante du système lorsqu'on a atteint l'optimisation.

Remarque : analogie avec la fonction de production

On voit qu'il existe une analogie formelle entre la relation (5) et une fonction de production du type :

Rendements décroissants : $F(\lambda K, \lambda L) < \lambda F(K, L)$
Rendements constants : $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$

avec $\lambda > 1$.

Dans le processus décrit ici, l'accroissement de quantité d'information permettant d'atteindre un niveau de ressource donné joue un rôle analogue à la production, et la quantité d'information préalablement disponible un rôle analogue au capital disponible. D'après (7), tout au long du processus, on a l'équivalent de rendements décroissants, et d'après (8), lorsqu'on a atteint l'optimisation, l'équivalent des rendements constants. On peut dire que le processus d'optimisation revient pour une entreprise à améliorer son « rendement » informationnel, afin de « produire » proportionnellement plus de ressources, jusqu'à aboutir à l'équivalent de « rendements constants ».

3.2. Distribution entropique (forme itérative)

Soit λ une constante. On a vu (section 2.3) que le niveau de ressource doit être exprimé en termes de quantité d'information, donc on peut écrire :

$$\frac{x(I)}{I} = \frac{x(I)}{-\ln p(I)} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow p(I) = e^{-\lambda x(I)} \qquad (10)$$

Comme on décrit ici explicitement un processus itératif, on doit distinguer dans (10) deux étapes : *I* est relatif à une étape *j*, et *x*(*I*) est à l'étape *j*+1. Pour les agents ayant atteint un certain niveau I à l'étape j, $x(I) > I$ est le niveau de ressource qui à coup sûr pourra être atteint à l'étape j+1 grâce à I, *tel que* $x(I)$ *peut être évalué à ce moment*. $x(I)$ pourrait par exemple être le niveau déjà atteint par des agents plus performants, et dans ce cas la probabilité associée à $x(I)$ est, à l'étape j, inférieure à celle associée à I ; ou $x(I)$ serait le niveau qui aurait pu être atteint par des agents meilleurs que ceux présents à l'étape j, et qui le sera effectivement à l'étape j+1 par des agents parmi les mieux dotés à l'étape j (v. *infra*, section 3.3).

Le second membre de (10) a bien la forme d'une loi exponentielle de paramètre λ, de densité $\lambda e^{-\lambda x}$ et d'espérance

$$\mu = \frac{1}{\lambda} = \frac{x(I)}{I} = C_I \qquad (11)$$

(projetée sur l'étape j+1 selon les valorisations faites à l'étape j) si, considérant les valorisations à l'étape j, et $x(I_j)$ le niveau minimal de ressource pouvant ensuite être atteint grâce à I_j, on dit qu'il donne la proportion d'agents qui à l'étape j+1 accéderont au moins au niveau $x(I_j)$:

$$p(I_j) = p\left[I_{j+1} \geq x(I_j)\right] = \exp\left(-\frac{x(I_j)}{\mu}\right) \qquad (12)$$

On retrouve la formule de la distribution entropique (v. *supra*, section 2.1), sous une forme que l'on peut qualifier d' « itérative ». Du fait que par définition l'espérance mathématique ne peut exister que si le processus a abouti, et qu'elle n'apparaît que pour d = 2, compte tenu de ce que l'on a vu à la section 3.1, cela implique que le domaine de définition de d est bien :

$$\mathcal{D}(d) =]1,2] \qquad (13)$$

D'après (6) :

$$\frac{x(I)}{I} = I^{d-2} {x_0}^d \;\; ; \;\; d = 2 \Rightarrow \frac{x(I)}{I} = \mu = {x_0}^2 \qquad (14)$$

Donc l'espérance mathématique est égale au carré de la grandeur x_0. Puisque pour chaque agent le niveau de ressource $x(I)$ pouvant être atteint grâce à I devra être un progrès par rapport à I :

$$x(I) > I \Rightarrow \mu = {x_0}^2 > 1 \qquad (15)$$

Donc la « grandeur de base » x_0 doit avoir une valeur supérieure à l'unité représentant les ressources.

3.3. Rééchelonnement des valorisations dans la phase post-optimisation

Aux étapes suivant l'optimisation, chaque agent ayant précédemment disposé d'un certain niveau de ressource accède ensuite à un niveau qui *à ce moment* était valorisé à un niveau supérieur. Puisque ici les niveaux de ressource atteints ne sont pas évalués dans l'absolu mais relativement au contexte (fonctions de la proportion p d'agents y accédant selon la définition $I = \ln(1/p)$), leurs valorisations doivent rétrograder aux niveaux atteints à l'étape antérieure. D'après (11), si on associe à un niveau de ressource x deux indices, le premier donnant l'étape où il est évalué, et le second l'étape où il est atteint, on a :

$$I = \frac{x(I)}{\mu} \Leftrightarrow x_{j,j} = \frac{x_{j,j+1}}{\mu} \Rightarrow x_{j,j+1} = \mu x_{j,j} \qquad \text{(16-a)}$$

Puisque μ est une constante du processus, si on pose $a = e^{1/\mu}$, on peut écrire :

$$x_{j,j+1} = \log_a \frac{1}{p_{j,j}} \qquad \text{(16-b)}$$

L'évaluation à l'étape j d'une ressource que l'on aura seulement à l'étape j+1, s'exprime comme une quantité d'information avec la même proportion d'agents, mais la valorisation de la ressource est rapportée à l'échelle des valeurs de l'étape j par un changement de base $e \rightarrow e^{1/\mu}$. Donc on peut toujours en principe évaluer $x_{j,j+1}$, même dans le cas où à l'étape j aucun agent ne possède la ressource correspondante.

La rétrogradation à l'étape j+1 sera telle que :

$$x_{j+1,j+1} = x_{j,j} = \frac{x_{j,j+1}}{\mu} \qquad \text{(17),}$$

et ainsi de suite pour les (éventuelles) étapes suivantes. De cette façon, après l'optimisation, l'espérance mathématique restera (idéalement) constante.

Ces rééchelonnements des valorisations se traduisent pour le consommateur par le fait que le nouveau produit prendra dans sa propre échelle de valeurs la place qu'avait l'ancien au moment de sa sortie. Et en matière de prix, cela se traduira par une tendance similaire : quand sort un nouveau modèle d'un produit, le prix de l'ancien diminue (alors qu'il rend toujours les mêmes services), et le positionnement relatif du nouveau modèle dans l'échelle des prix correspond en général assez bien à celui de l'ancien au moment de sa sortie.

3.4. R&D et projets d'innovation

On peut mettre en parallèle les situations avant et après l'optimisation avec ce que Thomas Kuhn décrit dans *La structure des révolutions scientifiques*[1] : avant l'optimisation les agents sont censés acquérir les compétences nécessaires pour maîtriser ce qui relève d'une « révolution » technologique, tandis qu'aux progrès réalisés une fois l'optimisation atteinte correspondent les pratiques de la « science normale ».

Ainsi que l'a montré Mario Bunge, la recherche fondamentale et la recherche technologique, même si elles ont des objectifs différents, procèdent de méthodologies qui comprennent beaucoup de points communs[2], et les *inventions* ne sont pas contenues dans les *découvertes*. Par exemple, Alain Boyer rappelle que si « l'invention de Marconi est rendue possible par Hertz », pour autant « la radio n'est pas déductible de la théorie ondulatoire »[3].

---

[1] Cf. Thomas Kuhn, *La structure des révolutions scientifiques*, 1970, trad. Laure Meyer, Paris, Flammarion, 1983, p. 61.

[2] Cf. Mario Bunge, *Technologie et philosophie*, in *Epistémologie*, trad. Hélène Donadieu, Paris, Maloine, 1983, p. 222.

[3] Alain Boyer, *Deux épistémologies non cartésiennes : Popper et Bachelard. Avec quelques remarques sur Descartes et le rationalisme critique*, in *Karl Raimund Popper, Une épistémologie sans visage et sans rivage*, Volume 2, Analyses perspectivistes, Cahiers épistémo-logiques, collectif sous la direction de Marcel Nguimbi, Paris, L'Harmattan, 2017, p. 77.

On doit ainsi distinguer deux niveaux de ce que l'on peut légitimement appeler « paradigme », le premier étant la condition du second : un purement théorique, relevant de découvertes fondamentales, rendant possible l'émergence de nouvelles technologies ; et le second, qui relève de l'invention effective de ces technologies.

C'est *au cours* du processus d'optimisation, où la hiérarchie n'est pas encore déterminée (puisqu'il faut attendre la fin du processus pour obtenir une loi de probabilité), que l'on acquiert des ressources permettant de concevoir des produits relevant d' « innovations discontinues » (ou « de rupture »). La phase *qui suit* l'optimisation permet de poursuivre par des « innovations de continuité qui portent sur la modification d'un produit existant », ou des « innovations de semi-continuité consistant en un nouveau produit qui s'inscrit dans les normes du secteur »[1]. La phase d'optimisation est donc celle où se fait la R&D, et la phase post-optimisation celle des « projets d'innovation », qui ont pour objet la valorisation des acquis fondamentaux de la phase de R&D, valorisation qui correspond à ce que dans la terminologie d'Henderson et Clark on appelle les « innovations incrémentales ou architecturales »[2].

La description itérative purement formelle de la phase post-optimisation ne permet pas de savoir à quel moment cette phase pourrait être interrompue pour des raisons contextuelles, endogènes ou exogènes : endogènes quand par exemple les entreprises ne sont plus en mesure de sortir de nouvelles variantes d'un produit en exploitant les compétences préalablement acquises, ou que ces variantes n'intéressent pas leurs clients ; exogènes dans le cas où une révolution technologique imposerait de démarrer un nouveau processus d'optimisation, qui en général devra prendre en compte les acquis du processus antérieur. Dans ce type de cas, si n est l'étape où s'arrête la phase post-optimisation, comme il n'y a plus d'itérations après n, cela revient dans (12) à substituer x (sans indice) à I_{j+1} et x_n à $x(I_j)$:

$$p(x \geq x_n) = \exp\left(-\frac{x_n}{\mu}\right) \qquad (18)$$

et l'on retrouve la forme classique de la distribution entropique. On obtiendrait alors au bout du compte le même résultat qu'avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange, mais l'approche basée sur l'utilisation d'une loi de Richardson permet de voir qu'entre le processus d'optimisation et l'obtention de la forme classique de la distribution entropique s'intercale une phase post-optimisation, où l'utilisation des compétences plus fondamentales acquises lors de la phase d'optimisation donne lieu à des évolutions sans (idéalement) modification de la hiérarchie.

3.5. Expression de l'entropie selon la répartition des ressources

μ est l'espérance mathématique associée aux ressources nécessaires aux agents pour qu'ils soient encore présents à la fin du processus, et donc donne à ce moment la répartition des ressources effectivement utilisées, parmi celles qui sont disponibles. Suivant les contingences du développement du processus, il existe différentes alternatives possibles pouvant être envisagées par les agents au cours de celui-ci. Certaines ressources acquises par différents agents *au cours* du processus car considérées dans un premier temps comme profitables ne seront plus utilisées *à la fin* de celui-ci, et donc ne figureront pas dans μ.

[1] Cf. Alain Bloch et Delphine Manceau, *De l'idée au marché, Innovation et lancement de produits*, Institut Vital Roux, Paris, Vuibert, 2000, p. 3.
[2] Cf. par ex. Sylvain Lenfle et Christophe Midler, *Gestion de projet et innovation*, L'encyclopédie de l'innovation, Economica, pp. 49-69, hal-00263271, 2003, p. 11.

Comme on est dans un contexte évolutif d'augmentation des ressources qui se répartissent entre les agents, ces conditions auront tendance à accroître le désordre statistique du système relativement à l'ensemble des ressources, que celles-ci se retrouvent ensuite ou non dans μ. Par analogie avec la définition de l'entropie en thermodynamique comme mesure de la dispersion de l'énergie dans un système physique, on peut ainsi définir l'entropie du système à tout moment du processus comme une espérance mathématique exprimant la dispersion de la totalité des ressources disponibles.

C'est lorsque l'on a atteint l'optimisation que les valorisations des ressources peuvent être correctement déterminées, et doivent en principe se traduire en termes d'efficacité économique (bénéfices, parts de marché…). Mais au cours du processus, avant l'optimisation, à chaque fois que des agents acquièrent certaines ressources, bien souvent celles-ci ne peuvent pas encore être précisément valorisées. Par exemple, certains agents peuvent avoir eu « raison trop tôt », accuser provisoirement des pertes en raison d'investissements en R&D qui ne seront rentabilisés que plus tard, tandis que d'autres peuvent par une politique plus court-termiste et moins coûteuse sembler dans un premier temps mieux réussir. Il est donc normal que le positionnement hiérarchique (au sens purement économique du terme) ne puisse refléter de façon fiable le niveau de ressource qu'à la fin du processus d'optimisation.

3.6. Relation entre dimension fractale et entropie

D'après (6), l'entropie H du système à un stade quelconque du processus est telle que :

$$x_i = \frac{1}{I_i}(I_i x_0)^d \Rightarrow H = \sum_i P_i x_i = x_0{}^d \sum_i P_i I_i{}^{d-1} < x_0{}^d \sum_i I_i{}^{d-1} < x_0{}^d \sum_i I_i$$

D'après (14), la grandeur de base x_0 sera évaluée rétrospectivement, selon ce qu'auront été les modalités du développement du processus, et au bout du compte la répartition effective des ressources. Soit X le total des ressources à la fin du processus. Tout au long du processus, on a :

$$\forall i : x_i > I_i \Rightarrow X \geq \sum_i x_i > \sum_i I_i \Rightarrow H < x_0{}^d X \qquad (19)$$

On a donc : $x_0{}^d > \dfrac{H}{X} \Rightarrow d \ln x_0 > \ln H - \ln X$

Les grandeurs x_0 et X sont des constantes caractéristiques du processus. Soient les constantes k, k' et K, telles que :

$k = \ln x_0$; $k' = \ln X$; $K = \dfrac{\ln X}{\ln x_0}$, donc on peut écrire :

$$kd + k' > \ln H \quad \text{(20-a)} \text{, ou : } \quad d + K > \log_{x_0} H \quad \text{(20-b)}$$

Donc l'utilisation d'une loi de Richardson pour décrire l'évolution de la répartition des entreprises en concurrence sur un marché, selon les conditions d'un processus d'optimisation sous contrainte, est en accord avec l'idée d'après laquelle la dimension fractale doit s'accroître avec l'entropie.

3.7. L'aboutissement du processus comme point fixe

L'approche utilisée ici décrit les conditions qui sont censées idéalement mener l'ensemble des agents constituant un réseau d'entreprises en concurrence à une situation d'équilibre, qui devrait donc pouvoir être représentée par un point fixe[1], ce qui suppose l'existence d'une fonction contractante caractérisant le système aux différentes étapes de son évolution.

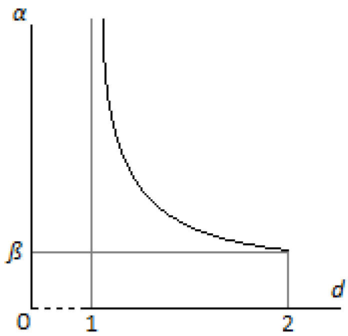
D'après (5), par hypothèse : $\forall I : x(\alpha I) = \beta x(I)$, où l'expression $x(\alpha I)$ signifie, puisque αI est la valeur de x à l'étape précédente, que x a la propriété de récurrence : $x_n = f(x_{n-1})$. On a vu également (section 3.1) que l'on a :

$$\alpha^{d-1} = \beta \Rightarrow d = 1 + \frac{\ln \beta}{\ln \alpha} \qquad (21)$$

Donc la valeur que doit prendre α en fonction de celle qui sera atteinte par d (dans l'intervalle]1,2]), est une exponentielle de base β, strictement décroissante et convexe :

$$\alpha = \beta^{\frac{1}{d-1}} \qquad (22)$$

La valeur de d est donnée pour une certaine étape n, quand un agent passe de αI à l'étape n–1 à $\beta x(I)$ à l'étape n. Pour préciser la deuxième égalité dans (21) en indiçant d, α et β, on peut dire que, à une étape n quelconque correspondant à une dimension fractale d_n, l'état du système dans son processus évolutif se traduit par une relation entre toute valeur donnée de β_p et la valeur correspondante de $\alpha_{n-1,p}$, telle que :



$$d_n = 1 + \frac{\ln \beta_p}{\ln \alpha_{n-1,p}} \qquad (23)$$

Pour toute valeur donnée de β_p, le second terme de (23) est *pour tous les agents* une fonction de $\alpha_{n-1,p}$, qui est une valeur de α à l'étape n-1.[2] Par conséquent, le second terme de (23) doit être fonction de l'état du système dans son ensemble à l'étape indiquée par l'indice de α. Or la valeur de la dimension fractale caractérise l'état du système à chaque étape. Le second membre de (23), comprenant $\alpha_{n-1,p}$, doit donc être une fonction de la dimension fractale à l'étape n–1 :

$$1 + \frac{\ln \beta_p}{\ln \alpha_{n-1,p}} = \varphi(d_{n-1}) \qquad (24)$$

D'après (23) et (24), compte tenu du fait que α diminue à chaque étape, la dimension fractale doit pouvoir s'exprimer par une fonction φ ayant la propriété de récurrence :

[1] Cf. Giorgio Israel, *La mathématisation du réel, Essai sur la modélisation mathématique*, Paris, Éditions du Seuil, 1996, p. 228-230.

[2] Dans (5), en un sens factuel (« j'ai αI donc… »), contrefactuel (« si j'avais αI alors… »), ou considérant les autres agents (« pour ceux qui ont αI alors… »).

$$d_n = \varphi(d_{n-1}) > d_{n-1} \qquad (25)$$

D'après (22), la décroissance du coefficient α diminue au cours du processus, ce qui traduit simplement le fait que, puisqu'on est dans un processus d'*optimisation partagée*, la progression de la capacité d'un agent à acquérir plus de ressources que d'autres agents ayant au même moment atteint un niveau de ressources moindre doit elle-même diminuer. Puisque les $\alpha_{i,p}$ diminuent au cours du processus, et que les *écarts* entre les valeurs successives des $\alpha_{i,p}$ diminuent également, $\exists\, \rho : 0 < \rho < 1$:

$$|\varphi(d_{n+1}) - \varphi(d_n)| \leq \rho |d_{n+1} - d_n| \qquad (26)$$

La fonction φ est donc une fonction contractante. Comme l'optimisation est atteinte lorsque la dimension fractale devient la dimension topologique 2 (correspondant au maximum de l'entropie), la valeur 2 est le point fixe de φ :

$$\varphi(2) = 2 \qquad (27)$$

L'existence d'une fonction contractante qui mène à un point fixe $d = 2$ est en accord, d'après (13), avec le fait que la valeur actualisée de l'espérance mathématique $\mu = x_0^2 = C_I$ devra rester la même aux étapes suivant l'optimisation (v. *supra*, sections 3.2 et 3.3).

Puisqu'il est défini par l'évolution de la valeur de la dimension fractale, ce point fixe est relatif à l'ensemble du système. Mais comme il est aussi l'aboutissement de l'évolution de α pour toute valeur choisie de β, il caractérise également la situation de chaque agent présent à la fin du processus. Notons qu'on ne peut pas assimiler ce point fixe à un équilibre de Nash. En effet, celui-ci résulte de choix stratégiques où l'on a tenu compte des *intérêts* des autres agents[1] ; alors qu'ici il s'agit essentiellement d'intégrer dans la mesure du possible ce que les autres agents ont *déjà produit*, de manière à profiter au mieux des ressources disponibles, et d'en développer de nouvelles à partir des compétences acquises, afin d'atteindre un niveau de ressource suffisant pour être encore présent à la fin du processus.[2]

Cependant, comme dans le cas d'un équilibre de Nash, où, « *sans aucune information supplémentaire*, [on ne peut pas] prédire quelle sera exactement la solution du jeu »[3] (c'est nous qui soulignons), le fait que le processus effectivement réalisé n'a aucune raison d'être le seul possible *selon les informations disponibles* (v. *supra*, section 3.5, *infra*, sections 4.2 et 7.2), implique que l'on ne peut pas savoir à l'avance avec certitude ce que sera exactement la situation correspondant à un point fixe (27).

---

[1] Cf. par ex. Bernard Guerrien, *La théorie des jeux*, Paris, Economica, 2010, p. 48-49.

[2] Cela signifie aussi que si une entreprise doit tenir compte des innovations faites par d'autres, le signe qu'elle est bien dans la course est que ses concurrents doivent avoir besoin d'en faire autant avec elle.

[3] Murat Yildizoglu, *Introduction à la microéconomie*, Université de Bordeaux, Édition libre, version 1.12, 2014, p. 228.

4. Caractéristiques générales du processus

4.1. Propriétés émergentes

Le processus décrit ici permet de voir comment les agents économiques qui y participent agissent sur le système dans son ensemble, et de quelle façon celui-ci rétroagit à son tour sur ces mêmes agents à l'étape suivante, le but pour chaque agent, dans une perspective téléonomique, étant d'être toujours présent à la fin du processus, et d'y occuper dans la hiérarchie la meilleure position possible.

Dans le cadre d'une analyse critique des interprétations du comportement téléologique selon Rosenblueth, Wiener et Bigelow, Israel Scheffler a montré qu'on ne peut généralement pas limiter ce type de comportement à des rétroactions négatives, dont la fonction est seulement de permettre aux agents d'effectuer des ajustements afin de compenser les écarts entre les objectifs initialement fixés et les conséquences des actions engagées, alors que les objectifs eux-mêmes doivent bien souvent être réévalués.[1] Dans une réseau d'entreprises en concurrence, comme dans la plupart des organisations sociales, chaque décision prise par un agent peut par la suite être influencée ou contredite par les actions des autres agents[2], si bien que le système dans son ensemble évolue à l'image d'un « réseau mnésique » qui, selon Paul Jorion, fonctionne comme une « structure dynamique (…) au sens où, "sur sa frontière", de nouveaux enchaînements sont construits en permanence et d'autres modifiés »[3]. Par exemple, des innovations dues à une minorité d'agents (voire un seul) peuvent induire des perspectives nouvelles qui imposent des changements dans les objectifs que tous les agents présents doivent s'assigner, ne serait-ce que pour être en mesure de rester dans le processus jusqu'au bout. Dans ces conditions, l'approche adéquate pour décrire un tel processus relève d'une *pensée systémique*, telle que définie par Mioara Mugur-Schächter :

> La pensée « systémique » met en évidence l'importance décisive, pour tout être ainsi que pour ces méta-êtres que sont les organisations sociales, des modélisations pragmatiques, des « conceptions » induites par des *buts subjectifs*, qu'on place dans le futur mais qui façonnent les actions présentes. Ces buts, liés à des croyances et à des anticipations, rétroagissent sur l'action au fur et à mesure que celle-ci en rapproche ou en éloigne, cependant que l'action, en se développant, modifie les buts. Il en résulte une dynamique complexe dépendante de sa propre histoire et du contexte et qui requiert une approche cognitiviste et évolutionniste.[4]

Les actions et rétroactions entre chaque agent et le système dans son ensemble peuvent être représentées sur un diagramme de causalité émergente, tel que celui imaginé initialement par Jaegwon Kim pour traiter le problème de la relation entre propriétés neurales et propriétés mentales, et poser la question de l'épiphénoménisme[5], selon lequel, pour reprendre une définition qu'en donne Popper, « [les] expériences mentales ou subjectives sont des sous-

---

[1] Cf. Israel Scheffler, *Anatomie de la science, Études philosophiques de l'explication et de la confirmation*, Ch. IX, *L'explication téléologique : le comportement autorégulateur*, 1963, trad. Pierre Thuillier, Paris, Éditions du Seuil, 1966, p. 129-143. Israel Scheffler (d'après la traduction) utilise le mot « téléologique », et j'ai utilisé précédemment le mot « téléonomique ». La différence entre ces deux mots est variable suivant les auteurs, voire les dictionnaires. Le mot « téléologique » étant cependant souvent utilisé en rapport avec la finalité d'un point de vue métaphysique, j'ai préféré utiliser le mot « téléonomique » qui est plus neutre.

[2] Cf. R.A. Thiétart, *Management et complexité : concepts et théories*, Centre de Recherche DMSP, Cahier n° 282, avril 2000, p. 6.

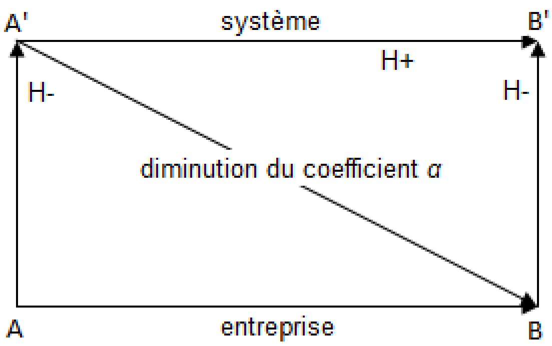
[3] Paul Jorion, *Principes des systèmes intelligents*, 1989, Bellecombe-en-Bauges, Éditions du Croquant, 2012, p. 190, note 1.

[4] Mioara Mugur-Schächter, *Les leçons de la mécanique quantique : vers une épistémologie formelle*, Manifeste du ceSef, p. 2 (Le Débat n° 94, mars-avril 1997).

[5] Cf. Jaegwon Kim, *Trois essais sur l'émergence*, trad. Mathieu Mulcey, Paris, Ithaque, 2006.

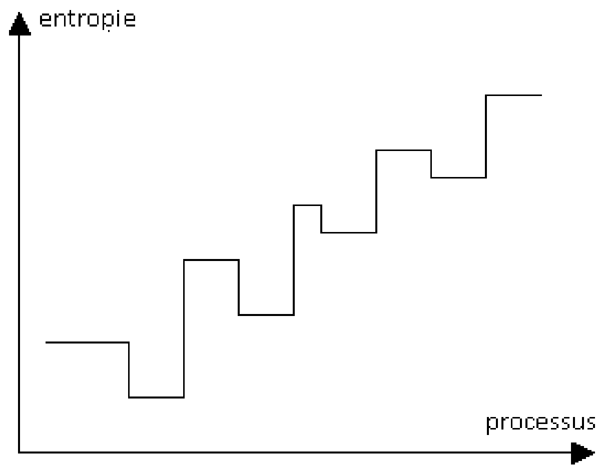
produits, causalement inefficaces, de processus physiologiques – lesquels sont les seuls à détenir une efficacité causale ».[1] (Notons que Popper rejette l'épiphénoménisme au profit de l'interactionnisme[2]).

Dans le cas présent, la *causalité descendante*, rétroaction du système sur ses constituants, s'exprime, dans la relation (5), à travers la diminution du coefficient α pour chaque agent.



A et B : position de chaque entreprise sur le marché à deux étapes consécutives du processus.
AA' et BB' : causalités ascendantes : diminution de l'entropie du système suite à l'acquisition de ressources par telle ou telle entreprise (apports néguentropiques).
A' et B' : situation informationnelle du marché consécutivement à chaque apport néguentropique.
A'B' : causalité émergente : augmentation de l'entropie du système, due à une diffusion partielle de l'information.
A'B : causalité descendante : influence du niveau d'information disponible sur le marché sur chaque agent (diminution du coefficient α).
AB : évolution de chaque agent, tenant compte de la causalité descendante.

On voit que l'entropie du système n'augmente pas de façon linéaire : elle passe par une succession de diminutions H-, puis d'augmentations H+. Si une réelle innovation est apportée par un agent, cela fait diverger les probabilités, et donc diminuer l'entropie ; puis la diffusion partielle de l'information fait au contraire converger les probabilités, ce qui accroît l'entropie. D'après les hypothèses de départ, H+ l'emporte sur H-, de manière que l'entropie devienne supérieure à ce qu'elle était avant la préemption de nouvelles ressources par un agent donné.



Dans la plupart des cas, une entreprise qui ne prendrait pas en compte les progrès réalisés par d'autres serait distancée par celles qui le feraient. Par conséquent, la causalité descendante exprime ici non seulement une opportunité, mais une exigence telle que si certaines entreprises n'y satisfont pas, c'est qu'elles ne disposent pas des informations nécessaires pour comprendre qu'il est nécessaire qu'elles le fassent (v. *supra*, section 2.2). Dans la mesure de leurs possibilités respectives, ces autres agents se doivent également d'innover afin de se démarquer et de « rester dans la course ». Si l'on définit les principes d'optimisation comme exprimant ce qui doit mener à une forme d'équilibre entre causes en conflit[3], c'est la causalité descendante qui, à chaque étape, va traduire les contraintes concurrentielles qui vont s'imposer aux agents.

La causalité émergente apparaît donc ici comme un ensemble de relations et d'interactions qui acquièrent une part essentielle d'autonomie par rapport aux agents qui en sont à l'origine, et qui créent de nouvelles conditions pour ces mêmes agents. Comme dans le cas de l'émergence en physique, cette causalité émergente se traduit par une « discontinuité

[1] Karl Popper, *Le soi et son cerveau*, 1977, trad. Daniel Pimbé et Stéphane Leclercq, Paris, Éditions Rue d'Ulm/Presses de l'École Normale Supérieure, 2018, p. 125.
[2] Cf. *ibid.*, p. 159-160.
[3] Cf. Jean-Louis Basdevant, *Les principes variationnels en physique*, Paris, Vuibert, 2014, p. 9-10.

référentielle »[1], et relève ainsi de ce qu'Edgar Morin désigne comme des « déterminations organisationnelles propres aux structures de tels ou tels systèmes (…), *c'est-à-dire qui n'existent pas hors de ces organisations* »[2] (souligné par l'auteur). Donc on doit écarter ici ce qui serait l'équivalent de l'épiphénoménisme, en l'occurrence un pur individualisme méthodologique en microéconomie, puisqu'il existe effectivement dans ce contexte des propriétés émergentes du système qui rétroagissent sur les éléments qui le constituent.

4.2. Indétermination relative du processus et caractère téléonomique des paramètres

Le niveau de ressource que l'on atteindra plus tard ne peut être déterminé précisément à l'avance, puisque l'information dont on dispose à un moment donné ne nous permet généralement pas de connaître exactement le niveau de « l'information qui n'existe pas encore »[3]. Par définition, une probabilité associée à une quantité d'information est d'autant plus faible que celle-ci est élevée. Or plus la quantité d'information est élevée, plus il y a d'étapes de plus en plus complexes à franchir pour l'atteindre, et donc moins on peut connaître avec précision cette quantité d'information future, et donc la probabilité associée. Cela rejoint ce que disait Taleb dans *Le cygne noir* à propos des probabilités d'événements : « Plus un événement est rare, moins nous connaissons les chances qu'il a de se produire »[4].

Pour prolonger ce que l'on a vu à la section précédente, regardons maintenant ce qui se passe pour une entreprise qui cherche à progresser, tandis qu'évidemment les autres entreprises essayent d'en faire autant. Pendant par exemple qu'un agent participant au processus cherche à développer des technologies nouvelles, ou au moins à améliorer les technologies existantes, le système *dans son ensemble* continue à évoluer. Selon Claude Crampes et David Encaoua :

> Chaque agent ou centre de recherche prend ses décisions en fonction de ce qu'il croit être l'avancement des travaux de ses concurrents ou partenaires, de leurs décisions courantes (s'il peut les observer) et des réactions des autres à ses propres décisions (si les autres les connaissent).[5]

Les autres entreprises développent, entérinent ou le cas échéant invalident leurs propres projets, sans qu'on puisse en général en avoir soi-même une connaissance complète et instantanée. Les agents sont censés orienter leurs choix de développement en tenant compte de l'état réel du système, mais la plupart du temps ils n'en auront pas une image parfaitement actualisée. Ils pourront alors être confrontés à des problèmes analogues à ceux qui affectent les systèmes physiques (artificiels) conçus pour optimiser leur fonctionnement par rétroaction par rapport à leur environnement lorsque, ainsi que l'écrit Albert Ducrocq, « la rétroaction ajoute le défaut d'introduire une erreur dans le temps car elle n'agit qu'avec retard »[6].

À ces aspects relatifs aux informations selon qu'elles parviennent ou non aux agents à un moment donné, il faudrait ajouter, pour tenir compte des apports de l'économie comportementale, les limitations inhérentes aux agents eux-mêmes :

---

[1] Cf. Alain Séguy-Duclot, *La réalité physique*, Paris, Hermann, 2013, p. 261.
[2] Edgar Morin, *Au-delà du déterminisme : le dialogue de l'ordre et du désordre*, in *La querelle du déterminisme*, dossier réuni par Krzysztof Pomian, Paris, Gallimard, 1990, p. 84.
[3] Cf. Pascal Frion, *Infodictat*, Nantes, Acrie Éditions, 2017, p. 59.
[4] Nassim Nicholas Taleb, *Le cygne noir : La puissance de l'imprévisible*, trad. Christine Rimoldy, Paris, Les Belles Lettres, 2008, p. 294.
[5] Claude Crampes et David Encaoua, *Microéconomie de l'innovation*, Philippe Mustar et Hervé Durand, Encyclopédie de l'innovation, Economica, pp. 405-430, 2005, <halshs-00185310>, p. 2.
[6] Albert Ducrocq, *Logique générale des systèmes et des effets*, Paris, Dunod, 1960, p. 253. En conséquence de ce que l'on a vu à la section précédence, ceci peut s'appliquer au choix des objectifs eux-mêmes.

> La première limitation est la rationalité limitée (bounded rationality) : le fait que la capacité cognitive des êtres humains n'est pas illimitée, notamment en terme de mémoire et de capacité d'évaluer l'information disponible.[1]

D'autre part, si aucun agent faisant partie du système ne peut garantir l'exactitude d'une prédiction concernant le processus en cours, il n'existe évidemment pas non plus dans la réalité de « démon de Laplace » qui serait capable de le faire. Donc, si l'on peut prévoir l'aspect global de la répartition au bout du processus, on ne peut jamais être sûr des *modalités* qui y mènent, ni des grandeurs des paramètres caractéristiques. Cela constitue un cas d'application du théorème de *l'impossibilité de l'auto-prédiction* démontré par Karl Popper[2], d'après lequel « *le prédicteur échouera dans sa tentative de prédire son propre état futur*, soit parce qu'il ne peut achever son calcul (…) ; soit parce qu'il est impossible de lui fournir le projet requis, à savoir, une description de son propre état au moment où il reçoit cette description »[3] (rappelons que l' « état » d'un agent comprend son positionnement par rapport à l'ensemble du système). Ajoutons qu'une prédiction particulière effectivement vérifiée n'invalide pas ce théorème, qui ne dit pas qu'il est impossible d'effectuer des prédictions justes (ce qui serait une proposition absurde), mais qu'on ne peut pas garantir *a priori* leur validité.

Cette impossibilité de l'auto-prédiction est la contrepartie heuristique d'une sensibilité aux conditions initiales (à chaque étape du processus relativement à l'étape suivante), où, ainsi que l'écrivent Ilya Prigogine et Isabelle Stengers :

> …toute imprécision, aussi minime soit-elle, toute distance entre une précision qui tend vers l'infini et une précision positivement infinie creuse la différence entre comportement prévisible et imprévisible.[4]

Puisque ici rien n'interdit, contrairement aux prédictions de la physique quantique, de postuler des conditions déterministes sous-jacentes permettant de rendre compte des faits observés[5], on peut admettre l'existence de « variables cachées », et donc une telle indétermination relative aux prédictions n'est pas assimilable à une « indétermination intrinsèque » au niveau du comportement des agents participant au processus. Pour autant, le fait qu'un événement soit *déterminé* ne le rend pas nécessairement *prévisible*.[6] L'analyse de Popper est ici assez proche de l'approche cybernétique concernant le comportement des composants d'un système complexe : Seymour Papert rappelle ainsi que, « exception faite de certains cas triviaux, (…) une machine *M*, supposée complètement déterministe (…) et en interaction avec un monde complètement déterministe, ne sera pas en général déterministe pour *M* elle-même. »[7] Autrement dit, même s'il existe des mécanismes déterministes sous-jacents au fonctionnement d'un tel système, cela n'implique pas que l'on pourra en faire une description réellement déterministe. Et comme chaque décision prise par chaque agent *rétroagit* sur le système tout en intégrant cette part d'indétermination, on peut dire que dans la pratique tout se passe *comme si* le système n'était pas déterministe, et de ce fait il ne l'est

---

[1] Gwen-Jirõ Clochard, Guillaume Hollard, Fabien Perez, *Richard H. Thaler et les limites de la rationalité*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2018/4 Vol. 128, p. 540-541.
[2] Cf. Karl Popper, *L'univers irrésolu,* 1984, trad. W. W. Bartley III, Paris, Hermann, 1986, p. 58-65.
[3] *Ibid*., p. 65.
[4] Ilya Prigogine et Isabelle Stengers, *La nouvelle alliance*, Paris, Gallimard, 1986, p. 20.
[5] Cf. Iraj Nikseresht, *Physique quantique, origines, interprétations et critiques*, Paris, Ellipses, 2005, p. 230-231.
[6] Cf. Jean Largeault, *Systèmes de la nature*, Paris, Vrin, 1985, p. 85, 126 et 229 ; Mioara Mugur-Schächter, *op. cit.*, p. 2.
[7] Seymour Papert, *Remarques sur la finalité*, in *Logique et connaissance scientifique* (*LCS*), ouvrage collectif sous la direction de Jean Piaget, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade, 1967, p. 847.

effectivement pas *pour un agent donné*. D'une manière générale, ainsi que l'écrit Paulette Marquer (en référence à Robert MacIver) :

> il n'y a pas de véritable déterminisme dans les phénomènes sociaux : ceux-ci, bien que dépendants d'un certain nombre d'éléments objectifs, n'expriment jamais qu'un des possibles contenus parmi beaucoup d'autres dans une situation donnée.[1]

D'après (18), l'entropie à la fin du processus est telle que :

$$\mu X > H_f \qquad (28)$$

On a vu que les aléas du processus d'optimisation ne permettent pas de déterminer de façon certaine comment et à quel niveau les connaissances fondamentales seront exploitées. L'espérance mathématique comme le total des ressources à la fin du processus peuvent ainsi être différents suivant les contingences de celui-ci. On doit donc considérer que (28) exprime une forme d'*indétermination*, qui rend compte sous un aspect quantitatif de l'impossibilité de l'auto-prédiction. L'impossibilité, soulignée par Bernard Guerrien, de « cerner avec une certaine précision » les variables utilisées dans les théories économiques[2], est dans le cas présent une propriété des mécanismes impliqués, mettant en jeu les possibilités d'évolution d'un système social dans le cadre d'un processus d'optimisation, selon les décisions prises par les agents qui y participent. Cela se traduit par le fait que les grandeurs des paramètres du processus, définis comme des constantes caractéristiques dans l'approche basée sur les multiplicateurs de Lagrange[3], ont en fait ici un caractère téléonomique.

5. Difficulté d'accès à une ressource

Remarque : Le contenu de cette section est applicable au cas d'un processus concurrentiel d'optimisation sous contrainte, mais n'en est pas dépendant.

5.1. Niveau de difficulté associé à une ressource

Considérons un projet constituant un objectif pour un ensemble d'agents économiques. Quelle est la relation entre le niveau de ressource devant être atteint pour que l'on puisse effectivement réaliser ce projet, et le niveau de difficulté correspondant ? Pour un système social donné, plus un niveau de ressource est difficile à atteindre, moins la proportion d'agents qui y parviendront sera élevée, et plus cette ressource sera valorisée. Sous cet aspect il est donc plus pertinent d'exprimer la quantité d'information comme une fonction croissante de la proportion $p' = 1\text{-}p$ d'agents *qui ne parviennent pas* à y accéder.

On peut recourir à des analogies avec des grandeurs physiques fonctions croissantes du temps. Par exemple, le niveau de puissance d'une machine est la dérivée du travail (donc de l'énergie) ; ou l'intensité du courant est la dérivée de la quantité d'électricité. De la même façon qu'une machine doit atteindre un niveau de puissance donné pour délivrer un certain accroissement d'énergie, ou que l'intensité du courant doit atteindre un niveau donné pour obtenir un certain accroissement de la quantité d'électricité traversant un fil, par application

---

[1] Paulette Marquer, *La sociologie*, in *Histoire de la science*, ouvrage collectif sous la direction de Maurice Daumas, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade, 1957, p. 1587.
[2] Cf. Bernard Guerrien, *Y a-t-il une science économique ?*, Alternatives économiques, L'économie politique, 2004/2 n° 22, p. 98.
[3] Cf. Michel Forsé, *op. cit.*, p. 192.

du principe d'ophélimité, on peut dire qu'il faut surmonter un niveau de difficulté donné pour obtenir un accroissement corrélatif de la valorisation de la ressource. Donc le niveau de difficulté $D(I)$ associé à I est la dérivée de I par rapport à p'.[1]

$$D(I) = \frac{dI(p')}{dp'} = \frac{d}{dp'}\left[-\ln(1-p')\right] = -\left[\frac{d}{d(1-p')}\ln(1-p')\right]\frac{d(1-p')}{dp'} = \frac{1}{1-p'} = \frac{1}{p} \qquad \text{(29-a)}$$

Donc le niveau de difficulté pour acquérir une ressource dont la valorisation est I s'accroît exponentiellement avec I :

$$D(I) = e^I \qquad \text{(29-b)}$$

Dans le cas limite où tous les agents accèdent à la même ressource ($p = 1$), la valorisation de I est nulle (puisque rapportée à la hiérarchie), et $D(I)$ est égal à l'unité. À l'opposé, $D(I)$ est infini si aucun agent ne peut accéder à la ressource[2] :

$$D(I) = e^I \text{ et } I \geq 0 \text{, ou : } D(I) = \frac{1}{p} \text{ et } p \leq 1 \Rightarrow D(I) \geq 1 \text{ ; } \lim_{p \to 0} D(I) = +\infty \qquad \text{(29-c)}$$

Dans un article sur l'utilisation des lois de Pareto dans les sciences sociales (avant même la « méthode fractale »), Mandelbrot avait mis en avant l'existence d'une analogie entre les distributions statistiques observées dans des domaines comme l'économie ou la sociologie, et celles qui caractérisent certaines formations naturelles :

> Par exemple, la distribution des dimensions des nappes d'eau naturelles est très voisine de celles des populations des villes. Les petites nappes sont en effet très nombreuses et les grandes nappes sont très, très grandes.[3]

Aux conditions physiques rendant rapidement moins probables certaines grandes formations géologiques par rapport aux plus petites de même type, correspond ici l'accroissement exponentiel du niveau de difficulté en fonction du niveau de ressource.

---

[1] On notera qu'avec le premier exemple on retrouve l'analogie entre le concept mécanique de travail ou d'énergie et la notion économique de valeur - Cf. François Vatin, *Le « travail physique » comme valeur mécanique (XVIIè_XIXè siècles). Deux siècles de croisements épistémologiques entre la physique et la science économique*, Cahiers d'histoire, Revue d'histoire critique 110, octobre 2009. On verra également à la section 7.3 qu'il existe une correspondance entre la quantité d'information dans la distribution entropique et l'énergie dans la distribution de Boltzmann.

[2] Dans le cas d'un processus d'optimisation sous contrainte, (v. section 3.3), une fois l'optimisation atteinte, si une ressource inaccessible pour tous les agents à un étape donnée j (donc pour laquelle on a $D \to \infty$ *à cette étape*), devient accessible à l'étape suivante j+1, on peut lui assigner une valeur *virtuelle* à l'étape j (rel. 16-a ou 16-b).

[3] Benoît Mandelbrot, *Sur l'épistémologie du hasard dans les sciences sociales, Invariance des lois et vérification des prédictions*, in *LCS*, p. 1107. Ainsi que le rappelle Michel Forsé (*op. cit.*, p. 210), s'il existe bien une « proximité morphologique » entre la loi de Pareto et la distribution entropique, « contrairement à des calculs de corrélation empirique, le modèle entropique est le fruit d'une démarche déductive ».

5.2. Interprétation propensionniste

Si très peu d'agents économiques sont impliqués, voire un seul comme dans certains projets étatiques, l'interprétation fréquentiste, à partir de laquelle on a pu exprimer la notion de niveau de difficulté rapportée à un contexte social comme étant égale à $1/p$, devient inopérante. Ainsi que l'écrit Benjamin Matalon :

> Pour les « fréquentistes », le souci d'objectivité amène (…) à rejeter hors du champ d'application du calcul des probabilités tout ce qui ne correspond pas à une situation bien particulière permettent l'évaluation empirique des probabilités à partir des fréquences relatives d'un événement, donc de façon strictement objective.[1]

Considérons les cas où p dans la définition de I peut être interprétée comme une fréquence (une *proportion* d'agents accédant à I dans un contexte donné). Dans la lignée de l'interprétation propensionniste des probabilités proposée par Karl Popper[2], on peut admettre que cela est la conséquence de la *propension* des agents à accéder à I, et que cette interprétation est *en amont* de l'interprétation fréquentiste. Selon Marianne Belis, le rôle joué par les propensions est celui d'une « action graduée et conjointe des entités actives », qui « se manifeste au cœur même du processus causal, à des niveaux systémiques inaccessibles »[3] (du moins en détail). La quantité d'information est un universel, et sa traduction statistique est fondamentalement contrefactuelle. Ainsi que l'écrit Hervé Barreau à propos des propensions poppériennes :

> Les propositions de probabilité se distinguent des propositions statistiques en ce que les premières se réfèrent à des suites virtuelles et les secondes à des suites réelles.[4]

Donc une déduction faite en utilisant la probabilité, mais où celle-ci n'apparaît plus de façon explicite, doit pouvoir s'appliquer dans tous les cas. Ainsi, d'après (29-b), un niveau de difficulté sera au moins représenté sous la forme e^I, sans nécessairement expliciter I comme fonction d'une probabilité, et, *si le contexte s'y prête*, également sous la forme $1/p$ d'après (29-a). Cela revient à adopter la célèbre formule de Kolmogorov selon laquelle « la théorie de l'information doit précéder la théorie des probabilités »[5].

5.3. Composition de ressources dans la réalisation d'un projet

Pour réaliser un projet, il est souvent nécessaire d'acquérir une compétence supposant l'utilisation *conjointe* de plusieurs ressources distinctes, qui donc dans ce contexte sont interdépendantes, afin de former un système cohérent. Selon Smaïl Aït-El-Hadj, « ceci implique que le niveau de maturité [du] système technologique [considéré] peut être défini par cette cohérence. »[6]

---

[1] Benjamin Matalon, *Épistémologie des probabilités*, in *LCS*, p. 530.

[2] Cf. Karl Popper, *Un univers de propensions*, 1990, trad. Alain Boyer, Combas, Éditions de l'Éclat, 1992, p. 33.

[3] Marianne Belis, *Causalité, propension, probabilité*, in *Intellectica*, Revue de l'Association pour la Recherche Cognitive, n° 21, 1995/2, Fonctionnalismes, p. 199-231, p. 206.

[4] Hervé Barreau, *Popper et les probabilités*, in *Karl Popper et la science d'aujourd'hui*, Actes du colloque de Cerisy (1981), Paris, Aubier, 1989, p. 243.

[5] Cf. par ex. Olivier Rioul, *Qu'est-ce que la théorie de l'information ?*, hal-03323539, https://telecom-paris.hal.science/hal-03323539v1/document, 2021, p. 4.

[6] Smaïl Aït-El-Hadj, *Éléments de modélisation systémique de la dynamique technologique*, dans *Marché et organisations* 2015/2 (N° 23), pages 99 à 121, Éditions Réseau de recherche sur l'innovation, p. 11.

Il s'agit ici d'attribuer un niveau de difficulté à une ressource constituée d'une *combinaison* de ressources initialement disjointes. Dans le cas d'une simple *juxtaposition* de ressources, le niveau de difficulté devant au bout du compte être surmonté est seulement celui associé à la ressource la plus valorisée.

Supposons que l'on souhaite développer une technologie nouvelle T_{1+2}, qui sera valorisée à I_{1+2}, conditionnée par la maîtrise préalable de deux ressources T_1 et T_2, valorisées respectivement à I_1 et I_2, et issues de technologies indépendantes plus vastes U_1 et U_2. Même si U_1 et U_2 sont déjà connues, au cours de la *conception* de T_{1+2}, le travail d'identification des sous-ensembles $T_1 \subset U_1$ et $T_2 \subset U_2$ dont on a besoin contribue à la valorisation de T_1 et T_2. Dans le cas d'un projet industriel, la *réalisation effective* (matérielle) de la jonction de T_1 et T_2 suppose des compétences constituant une nouvelle ressource T_{12}, valorisée à I_{12}.

Le contexte de composition de ressources ne semble plus correspondre au « modèle probabiliste », où l'on admet l'axiome selon lequel « si les événements A et B dont on évalue la probabilité sont statistiquement indépendants alors l'information totale qu'ils peuvent fournir ensemble est la somme des informations propres »[1] (v. *supra*, section 2.3). En effet T_{1+2} peut être dite *hétéropathique* au sens de John Stuart Mill[2], c'est-à-dire n'est pas juste réductible aux ressources T_1 et T_2 prises isolément, puisque 1) les ressources T_1 et T_2 sont définies de manière à devenir *interdépendantes* et, 2) outre T_1 et T_2, T_{1+2} peut avoir à inclure une technologie de réalisation industrielle T_{12}. Cependant 1) T_1 et T_2 sont issues de technologies U_1 et U_2 *initialement indépendantes*, et aucune n'est *inclue* dans l'autre, et 2) T_{12} ne se déduit pas automatiquement de T_1 et T_2. Le niveau de ressource résultant reste donc bien la somme des niveaux de ressource. Et d'autre part, *du fait même de la construction de cette interdépendance*, contrairement au cas de ressources restant indépendantes, c'est bien cette somme exprimant la valorisation d'une *nouvelle ressource* qui doit être prise en compte pour évaluer le niveau de difficulté devant être surmonté.

D'après la relation fonctionnelle des exponentielles :

$$I_{1+2} = I_1 + I_2 + I_{12} \Rightarrow D(I_{1+2}) = e^{I_{1+2}} = e^{I_1+I_2+I_{12}} = e^{I_1}e^{I_2}e^{I_{12}} = D(I_1)D(I_2)D(I_{12}) \qquad (30)$$

On peut évidemment étendre (30) à un nombre quelconque de technologies. Le niveau de difficulté résultant ne pouvant pas être inférieur à l'un de ceux qui le composent, on doit bien avoir toujours $D(I) \geq 1$. Puisque les niveaux de difficulté ne s'additionnent pas mais se multiplient, si ces technologies sont déjà assez complexes au départ, le fait d'en joindre plusieurs pourra entraîner rapidement un accroissement très important du niveau de difficulté résultant.

5.4. L' « erreur de prévision »

Dans un projet, l'évaluation du niveau de ressource à atteindre sera le plus souvent entachée d'une certaine imprécision, qui peut être une sous-évaluation ou une sur-évaluation. Prenons l'exemple d'un agent qui sous-évalue *I*. Le niveau de ressource *I'* que cet agent pensera être suffisant sera alors :

$$I' = \ln\frac{1}{\gamma p} < I \text{ , avec } \frac{1}{p} > \gamma > 1$$

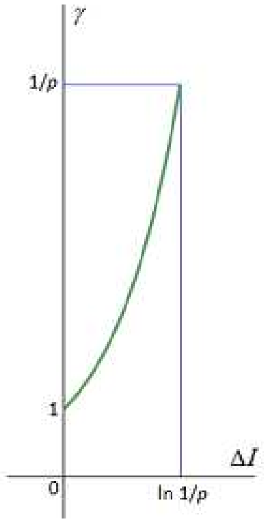
[1] Raphaël Lachièze-Rey, *Introduction à la théorie de l'information*, https://helios2.mi.parisdescartes.fr/~rlachiez/enseignement/ThInfo/MoncoursThinfo2024.pdf, 2023, p. 7.
[2] Cf. John Stuart Mill, *Système de logique*, 1866, trad. Louis Peisse, Bruxelles, Éditions Pierre Mardaga, 1988, Livre III, Ch. VI, § 1, p. 410.

La valeur du coefficient γ exprime à quel point on a sous-estimé les difficultés. Si, après s'être rendu compte de cette sous-estimation, l'agent considéré décide tout de même de poursuivre le projet, cela se traduira forcément pour lui par des augmentations des coûts et des délais prévus initialement[1], ou par une révision à la baisse des ambitions du projet (ce qui, compte tenu des dépenses et du temps déjà consacrés au projet, en regard des services effectivement rendus, équivaut à accroître les coûts et les délais).

L'erreur commise par rapport au niveau de ressource I qui devrait être effectivement atteint est :

$$\Delta I = I - I' = \ln\frac{1}{p} - \ln\frac{1}{\gamma p} = \ln\gamma \Rightarrow \gamma = e^{\Delta I} \qquad (31)$$

Comme conséquence directe de la définition précédente du niveau de difficulté, le coefficient γ s'accroît donc non pas simplement proportionnellement, mais exponentiellement avec la sous-évaluation du niveau de ressource à atteindre. Cela est en accord avec ce que Daniel Kahneman et Amos Tversky appellent l'« erreur de prévision », qui est en fait toujours le résultat d'une prévision exagérément optimiste quant à la réalisation de projets, où l'on constate que les augmentations des coûts et des délais sont le plus souvent disproportionnés par rapport aux prévisions initiales[2].



On voit donc que la relation non proportionnelle entre la sous-estimation *du niveau à atteindre* et la sous-estimation *de la difficulté à atteindre ce niveau* lorsqu'il a été sous-estimé, est un facteur qui, s'il ne nous dit pas ce que sont les *origines* possibles de l'erreur de prévision (cela relève de l'économie comportementale), contribue toutefois à expliquer son *importance*, et pourquoi, bien souvent, on ne « voit pas venir » les difficultés, ou du moins leur étendue. Si l'on ne tient pas compte de ce facteur, on est sujet à un biais que l'on peut qualifier d'*épistémique* (plutôt que cognitif), puisque le problème ne se situe pas ici au niveau de tel ou tel type d'information en particulier, de sa connaissance et de sa prise en compte par les agents concernés, etc., mais d'une propriété plus générale relative à l'accroissement de la difficulté à accéder à des niveaux de ressource de plus en plus élevés.

---

[1] On se trouve ici dans le cas où, dans le « triangle QCD » (Qualité Coûts délais), on aurait sous-estimé le niveau de ressource associé au sommet « Qualité ». Si la relation entre niveau de ressource et niveau de difficulté est déterminée « par construction », les relations entre les trois éléments QCD peuvent être très variables suivant la nature du projet, si bien que l'on ne peut pas définir entre ces éléments des rapports formalisés applicables de la même façon dans tous les cas de figure. Cf. par ex. Michel Pendaries, *De la gestion Coût-Délai-Qualité au pilotage par la valeur de la performance organisationnelle*, Dossier de Recherche en Economie et Gestion, 2014, p. 155-179.

[2] Cf. Daniel Kahneman, *Système 1 / Système 2 : les deux vitesses de la pensée*, 2011, trad. Raymond Clarinard, Paris, Flammarion, 2016, Ch. 23, *La vision externe*, p. 378-393. Notons que lorsque des projets sont très complexes, les délais peuvent ne pas être trop dépassés lorsque les budgets sont quasiment illimités, comme en économie de guerre (exemple : le projet Manhattan).

6. Conditions de participation efficace au processus

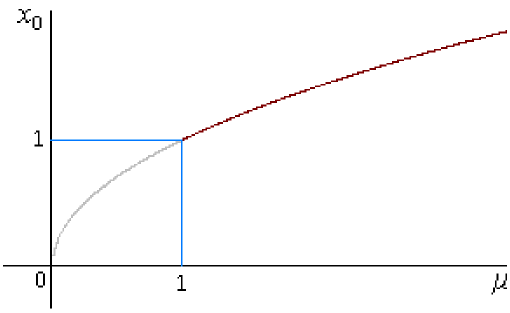
6.1. Participation dès le début du processus

D’après (13), la grandeur de base, qui exprime le niveau de ressource minimal devant être atteint par un agent avant le début du processus pour pouvoir y participer efficacement, est donnée par la racine carré de l’espérance mathématique :

$$x_0 = \sqrt{\mu} \qquad (32)$$

L’espérance mathématique dépend du positionnement relatif de chaque agent et du nombre d’agents *à la fin du processus*, et ces données ne peuvent être connues qu’à ce moment. Donc la grandeur de base ne peut être évaluée que rétrospectivement (contrairement à la loi de Richardson appliquée aux longueurs, où la grandeur de base est une distance macroscopique établie dès le départ). C’est ce qui peut faire dire aux agents ayant dû abandonner en cours de route que *s’ils avaient su*, ils ne s’y seraient pas engagés. Ainsi que l’écrit Taleb : « une erreur ne se détermine qu’après les faits, mais à la lumière des informations dont on disposait au moment des faits »[1].

Du fait qu’on a toujours $x_0 > 1$, pour différents processus caractérisés par des valeurs croissantes de l’espérance mathématique, celle-ci augmente toujours plus vite que la grandeur de base. Cela traduit le fait que, plus l’espérance mathématique est élevée, plus les agents auront été en mesure de bénéficier des progrès réalisés dans l’ensemble du système, relativement à ce que devait être leur niveau minimal au départ.



Autrement dit, même si évidemment le niveau de départ doit être plus élevé si l’espérance mathématique l’est, l’accroissement de l’entropie pour l’ensemble du système implique un partage relatif des ressources qui se traduit par une plus grande *profitabilité* potentielle pour chaque agent.

Le degré d’évolution du processus où un participant serait dépassé dépend de son niveau de ressource initial $x_0' < x_0$. Notons 1) que cela ne signifie pas que l’agent considéré va forcément renoncer à ce moment précis : il pourra être sorti avant s’il a déjà pris conscience des difficultés à venir, où plus tard (en accusant plus de pertes) dans le cas contraire ; 2) le niveau de ressource initial d’un agent comprend sa capacité à surmonter des difficultés et à rattraper son retard, donc un même retard considéré tel quel pourra être rédhibitoire pour certains et pas pour d’autres.

Un agent ayant au départ un niveau de ressource $x_0' < x_0$ *aurait pu* arriver au bout du processus si l’espérance mathématique avait été

$$\mu' = x_0'^2 = x_0^{\,d}$$

pour $d < 2$, donc le degré d’évolution du processus où l’agent ne pourra plus suivre est donné par la valeur de la dimension fractale :

[1] Nassim Nicholas Taleb, *Le hasard sauvage*, 2005, trad. Carine Chichereau, Paris, Les Belles Lettres, 2020, p. 87.

$$d(x_0') = \frac{2\ln x_0'}{\ln x_0} \qquad (33)$$

Puisque la dimension fractale est toujours supérieure à 1, le niveau minimal de ressource qu'il faut avoir pour pouvoir ne serait-ce que démarrer dans le processus (quitte à devoir en sortir en cours de route) est tel que :

$$x_0' > \sqrt{x_0} \qquad (34)$$

6.2. Accès au processus en cours

Dans le cas où un nouveau participant s'engage dans un processus en cours, le niveau minimal x_m de ressource nécessaire pour être en mesure d'*espérer* être encore présent à la fin doit être plus élevé que x_0, puisque entre-temps le niveau global aura augmenté. On a :
au cours du processus : ${x_0}^d X > H$; à la fin du processus : ${x_0}^2 X > H_f$

où X est le total des ressources à la fin du processus. Les conditions aux limites sont :

$\lim_{d\to 1} {x_0}^d = x_0$; $\lim_{d\to 2} {x_0}^d = \mu$, donc : $x_m = {x_0}^d$ (35)

On peut donc exprimer la dimension fractale à un moment quelconque du processus d'une façon plus concrète par :

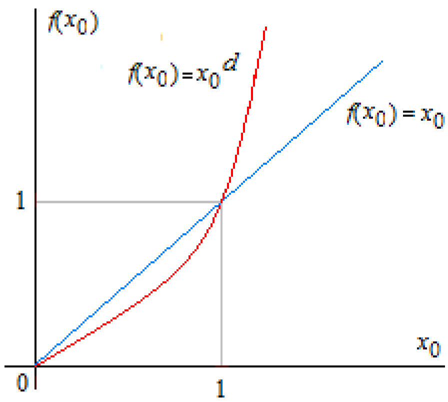
$$d = \frac{\ln x_m}{\ln x_0} \qquad (36)$$

On peut vérifier que le niveau de ressource x_m à tout moment du processus peut aussi s'exprimer en fonction du coefficient α. D'après (21) et (36), on voit que x_m est fonction exponentielle de base x_0 pour la variable $1+\frac{\ln\beta}{\ln\alpha}$ (ou directement d'après (21) et (35)) :

$$\frac{\ln x_m}{\ln x_0} = 1+\frac{\ln\beta}{\ln\alpha} \Rightarrow x_m = e^{\left(1+\frac{\ln\beta}{\ln\alpha}\right)\ln x_0} = x_0^{\left(1+\frac{\ln\beta}{\ln\alpha}\right)} \qquad (37)$$

μ est une constante du processus, donc x_0 l'est aussi, et β est une grandeur fixée, donc x_m est ici fonction de α. Plus α a diminué au cours du processus, plus les agents y participant ont été en mesure de profiter à chaque étape de l'ensemble des ressources du système, si bien que le nouvel entrant doit rattraper son retard. C'est donc là aussi la décroissance de α qui, exprimant la causalité descendante comme contrainte concurrentielle, « met la barre plus haut » pour tout agent arrivant dans un processus en cours.

6.3. L'avantage technologique



Considérons un marché dont le développement implique de réels progrès technologiques, et un ensemble de processus possibles pour ce marché, à un même stade relatif de développement. Donc ici la fonction est x_0^d, où d est un paramètre fixé, et x_0 la variable (rappelons qu'on a toujours $x_0 > 1$).

Dans l'ensemble considéré des processus possibles, les niveaux de ressource des entreprises dont il s'avère qu'elles avaient réellement au départ la capacité minimale à entrer sur le marché, mais qui n'y sont pas entrées, et qui n'ont pas encore fait l'effort de combler leur retard de compétences depuis que le processus a commencé, sont donnés simplement par la droite d'équation $f(x_0) = x_0$.

À toute étape de chacun des processus possibles, l'écart entre x_m et x_0 est d'autant plus important que x_0 est grand, c'est-à-dire que le niveau technologique initialement requis est élevé, et bien sûr cet écart s'accroît au moindre avancement du processus (les courbes représentatives des fonctions $f(x_0) = x_0^{\,d}$ accentuent leur convexité).

Pour comprendre comment cela se traduit en termes de difficultés pour d'éventuels nouveaux entrants, il faut tenir compte de ce que l'on a vu à la section 5.1. Pour les agents ne s'étant pas engagés dans le processus dès le départ, le niveau de difficulté D pour y accéder en étant en mesure d'y participer efficacement est, d'après (29-b) et (35) :

$$D = e^{x_0^{\,d}} \qquad (38)$$

Pour x_0 fixé, (38) donne le niveau de difficulté en fonction du degré d'évolution, exprimé par la dimension fractale d, pour un des processus possibles ; et pour d fixée, (38) donne pour les différents processus possibles le niveau de difficulté pour y accéder à un même degré relatif d'évolution, en fonction du niveau minimal requis x_0 au début du processus. Donc tout retard à l'entrée dans un processus, et toute sous-évaluation du niveau minimal requis (et *a fortiori* toute combinaison des deux), se traduisent par des accroissements disproportionnés des difficultés. Comparativement, cela offre aux entreprises déjà présentes et au niveau un avantage d'autant plus important.

On peut rapprocher cette conséquence du modèle FGST (Fudenberg, Gilbert, Stiglitz, Tirole) relatif à l'*ε-préemption*[1], qui décrit les conditions permettant à un agent ayant un avantage initial en termes de compétences de préempter l'innovation technologique. Ce modèle n'exclut toutefois pas qu'il soit possible à un concurrent de rattraper son retard[2], ce qui est en accord avec le fait que, même si la loi de puissance (38) peut être assez redoutable pour ceux qui ont pris du retard, D n'y prend jamais une valeur infinie.

---

[1] Cf. Christine Halmenschlager, *Une entreprise peut-elle rattraper son retard technologique ? Quelques éléments de réponse en économie de l'innovation*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2012/1 Vol. 122, p. 10-11 ; David Encaoua, *Pouvoir de marché, stratégie et régulation : les contributions de Jean Tirole, Prix Nobel d'Économie 2014*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2015/1 Vol. 125, section 3.1, *Course à l'innovation*, p. 33-36.

[2] David Encaoua, *ibid.*, p. 35.

7. Interprétation modale

7.1. Constantes d'instance et constantes de classe

Pour chaque contexte initial, puis pour chaque possibilité de déploiement à partir d'un contexte initial donné, il existe des valorisations distinctes déterminant les grandeurs des constantes. On doit donc distinguer deux types de constantes : celles qui sont communes aux processus pouvant se déployer à partir d'un contexte initial donné, et celles dont la valeur n'est valable que pour chaque processus particulier. Par analogie avec la programmation orientée objet, on peut appeler les premières *constantes de classe*, et les secondes *constantes d'instance*.[1] Puisque (28) est une inégalité, elle est compatible avec plusieurs mondes possibles[2], et donc les valeurs de l'espérance mathématique, du total des ressources et de l'entropie finale peuvent êtres qualifiées de constantes d'instance relativement au contexte initial. La description de celui-ci relève de ce que van Fraassen appelle une *proposition close*, c'est-à-dire une proposition qui reste valide pour toutes les alternatives associées, du fait que ce qu'elle énonce est la condition de la possibilité de chacune d'elles.[3]

On notera que l'on peut trouver aussi dans l'étude de phénomènes physiques des constantes caractérisant seulement un processus donné, c'est-à-dire des constantes d'instance. Mais, contrairement à la physique, il n'existe pas en économie de constantes universelles (au sens où elles auraient nécessairement la même valeur dans tous les contextes), qui supposeraient l'existence de relations constantes entre des entités définies, relations constantes qui, ainsi que l'écrit Ludwig von Mises, « n'existent pas dans le champ de l'agir humain »[4]. On peut alors admettre, dans le cadre d'une interprétation modale permettant d'envisager différentes alternatives rendues possibles par un contexte initial donné, que le confinement des valorisations selon ces conditions implique que ce sont les constantes de classe qui devraient occuper ici la place que les constantes universelles occupent en physique, tandis que les constantes d'instance joueraient, relativement à cet ensemble d'alternatives, le rôle de variables dont les valeurs devraient s'ajuster par rapport aux constantes de classe.

7.2. Expression de l'entropie à la fin du processus

On peut dire qu'il y a une égalité entre les deux termes de (28) si on multiplie l'entropie par une grandeur τ (une constante d'instance) supérieure à 1 :

$$\mu X = \tau H_f \Rightarrow H_f = \frac{1}{\tau}\mu X \qquad (39)$$

On pose : $\kappa = \dfrac{H_f}{X} = \dfrac{\mu}{\tau}$ (40)

---

[1] Rappelons que la programmation orientée objet a été initialement conçue dans le but de développer des logiciels de *simulation* ; il est donc naturel de transposer certains de ses concepts dans un champ de l'économie où l'on envisage différentes possibilités.

[2] Puisqu'on ne fait ici que prendre en compte des situations contrefactuelles, selon l'approche développée par Kripke les mondes possibles évoqués sont seulement « stipulés » - cf. Saul Kripke, *La logique des noms propres*, 1972, trad. Pierre Jacob et François Recanati, Paris, Éditions de Minuit, 1982, p. 32.

[3] Cf. Bas C. van Fraassen, *Lois et symétrie*, trad. Catherine Chevalley, Paris, Vrin, 1994, p. 160.

[4] Ludwig von Mises, *L'action humaine*, 1940, Paris, Institut Coppet, 2011, p. 64. Daniel Zajdenweber a également souligné l'importance de l'absence de constantes fondamentales en économie, en l'occurrence dans le domaine de la finance - cf. Daniel Zajdenweber, *La volatilité des cours est-elle irrationnelle ?*, Sociétal n° 40, 2ème trimestre 2003, p. 21.

Le premier quotient exprime que l'entropie finale, qui a la forme d'un espérance mathématique, est proportionnelle au total des ressources *disponibles*. Le second quotient comprend au numérateur l'espérance mathématique donnant la répartition des ressources *effectivement utilisées*, donc par analogie on peut reconnaître dans τ le total correspondant. L'optimisation est atteinte sous la condition qu'un total X soit accessible à l'ensemble des agents, afin que chacun d'eux, selon ses compétences et son positionnement hiérarchique, puisse trouver parmi ces ressources celles qui au bout du compte lui seront vraiment nécessaires suivant le processus effectivement réalisé, qui n'est qu'*une* des alternatives parmi toutes celles qui pouvaient être envisagées. Donc, dans l'ensemble des processus considérés comme possibles par les agents d'après les informations dont ils disposaient au cours du processus réel (ensemble qui en termes d'interprétation modale constitue l'*espace logique*[1] de ces processus), toutes les ressources présentes dans X sont représentées, la valorisation *virtuelle* d'une ressource non utilisée dans l'alternative réelle (ressource qui sera représentée dans la somme X mais pas dans τ, et dans la répartition H_f sans être dans μ), étant toujours de la forme $\ln 1/p$, les probabilités étant alors celles qui figurent dans H_f.

La définition de l'entropie en thermodynamique est :

$$H = k_B \ln \Omega \qquad (41)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, et Ω le nombre de configurations (c'est-à-dire d'états microscopiques possibles pour le système physique considéré). Dans le cas présent, le nombre Y de configurations possibles des ressources à la fin du processus doit être :

$$Y = e^X \Rightarrow X = \ln Y \qquad (42)$$

De cette façon, en reportant (40) et (42) dans (39), on obtient une expression de l'entropie similaire à (41) :

$$H_f = \kappa X = \kappa \ln Y \qquad (43)$$

avec, d'après (40), $\kappa < 1$, puisqu'on a toujours $\mu < \tau$. Mais si l'on admet cette similitude formelle avec la thermodynamique, κ devrait être une constante de proportionnalité entre deux variables qui seraient ici H_f et X, qui précisément ne sont pas des variables mais des constantes. Il faut cependant tenir compte du fait qu'il s'agit de constantes *d'instance*, que l'on peut considérer comme des variables dans l'ensemble des processus pouvant se déployer à partir d'un contexte initial. Autrement dit, relativement à ces possibilités, les *constantes d'instance* peuvent être requalifiées en tant que *variables modales*. Et dans (44) κ n'est pas comme en thermodynamique une constante universelle, mais est relative à un ensemble de processus potentiels, donc c'est une constante de classe.

7.3. Correspondance entre la distribution entropique et la distribution de Boltzmann

D'après (40), on peut exprimer la grandeur de base et l'espérance mathématique en fonction de τ :

$$x_0^2 = \mu = \kappa\tau \qquad (44)$$

[1] Cf. David Lewis, *De la pluralité des mondes*, 1986, trad. Marjorie Caveribère et Jean-Pierre Cometti, Paris-Tel-Aviv, Éditions de l'éclat, 2007, p. 334.

En préalable à sa démonstration de la formule de la distribution entropique, et en référence aux travaux de Nicolas Rashevsky, Michel Forsé écrit :

> (…) la distribution boltzmannienne n'intéresse pas seulement les systèmes physiques, mais également les systèmes sociaux et économiques. Pourvu que les conditions évoquées soient respectées, la nature des variables *x* et *n* est sans importance sur le formalisme.[1]

La formule de la distribution entropique est de fait analogue à celle de la distribution de Boltzmann, et il est donc nécessaire de préciser la nature de la correspondance entre les deux. D'après (44), (12) et (18) peuvent s'écrire :

$$p\left[I_{j+1} \geq x\left(I_j\right)\right] = \exp\left(-\frac{x(I)}{\kappa\tau}\right) \qquad \text{(45-a)} \qquad\qquad p\left(x \geq x_n\right) = \exp\left(-\frac{x_n}{\kappa\tau}\right) \qquad \text{(45-b)}$$

Pour un niveau d'énergie E_i et une température T, à un facteur de normalisation près, la distribution de Boltzmann est telle que :

$$p_i \propto \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \qquad (46)$$

Dans le facteur de Boltzmann, on a les correspondances : $\kappa \leftrightarrow k_B$, $x(I) \leftrightarrow E_\mathrm{i}$ et $\tau \leftrightarrow T$. On a donc une correspondance entre quantité d'information et énergie, et entre le total des ressources utilisées dans l'alternative effectivement réalisée et la température thermodynamique.

v. 2.8.9

https://www.dblogos.net/concurrence_fractale/

[1] Michel Forsé, *op. cit.*, p. 193.

Bibliographie

Aït-El-Hadj, Smaïl (2015), *Éléments de modélisation systémique de la dynamique technologique*, dans *Marché et organisations* 2015/2 (N° 23), pages 99 à 121, Éditions Réseau de recherche sur l'innovation.

Balian, Roger (2016), *Hasard, probabilités, incertitude, déterminisme, chaos…*, https://www.ipht.fr/Docspht//articles/t16/033/public/Hasard_Raison_presente.pdf.

Barreau, Hervé (1989), *Popper et les probabilités*, in *Karl Popper et la science d'aujourd'hui*, Actes du colloque de Cerisy (1981), Paris, Aubier.

Basdevant, Jean-Louis (2014), *Les principes variationnels en physique*, Paris, Vuibert.

Beauregard, Olivier Costa de (1967), *Déterminisme et indéterminisme*, in *Science et synthèse*, ouvrage collectif, Paris, Gallimard.

Belis, Marianne (1995), *Causalité, propension, probabilité*, in *Intellectica*, Revue de l'Association pour la Recherche Cognitive, n° 21, 1995/2, Fonctionnalismes, p. 199-231.

Bloch, Alain & Manceau, Delphine (2000), *De l'idée au marché, Innovation et lancement de produits*, Institut Vital Roux, Paris, Vuibert.

Boyer, Alain (2017), *Deux épistémologies non cartésiennes : Popper et Bachelard. Avec quelques remarques sur Descartes et le rationalisme critique*, in *Karl Raimund Popper, Une épistémologie sans visage et sans rivage*, Volume 2, Analyses perspectivistes, Cahiers épistémo-logiques, collectif sous la direction de Marcel Nguimbi, Paris, L'Harmattan.

Brillouin, Léon (1959), *La science et la théorie de l'information*, Paris, Éditions Jacques Gabay, 1988.

Bunge, Mario (1983), *Technologie et philosophie*, in *Epistémologie*, trad. Hélène Donadieu, Paris, Maloine.

Clochard, Gwen-Jirõ ; Hollard, Guillaume ; Perez, Fabien (2018), *Richard H. Thaler et les limites de la rationalité*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2018/4 Vol. 128.

Crampes, Claude & Encaoua, David (2005), *Microéconomie de l'innovation*, Philippe Mustar et Hervé Durand, Encyclopédie de l'innovation, Economica, pp. 405-430, 2005, <halshs-00185310>.

Dayan, Armand (1976), *Le marketing*, Paris, Presses Universitaires de France.

Denis, Henri (1966), *Histoire de la pensée économique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1980.

Ducrocq, Albert (1960), *Logique générale des systèmes et des effets*, Paris, Dunod.

Encaoua, David (2015), *Pouvoir de marché, stratégie et régulation : les contributions de Jean Tirole, Prix Nobel d'Économie 2014*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2015/1 Vol. 125.

Forsé, Michel (1989), *L'ordre improbable, Entropie et processus sociaux*, Paris, Presses Universitaires de France.

Fraassen, Bas C. van (1994), *Lois et symétrie*, trad. Catherine Chevalley, Paris, Vrin.

François, A. R. (1973), *Manuel de marketing*, Paris, Éditions d'Organisation.

Frion, Pascal (2017), *Infodictat*, Nantes, Acrie Éditions.

Granger, Gilles-Gaston (1979), *Langages et épistémologie*, Paris, Klincksieck.

Guellec, Dominique (1992), *Croissance endogène : les principaux mécanismes*, in *Économie & prévision* n° 106, 1992-5, *Développements récents de la macro-économie*.

Guerrien, Bernard (2004), *Y a-t-il une science économique ?*, Alternatives économiques, L'économie politique, 2004/2 n° 22.

Guerrien, Bernard (2010), *La théorie des jeux*, Paris, Economica.

Halmenschlager, Christine (2012), *Une entreprise peut-elle rattraper son retard technologique ? Quelques éléments de réponse en économie de l'innovation*, Revue d'économie politique, Dalloz, 2012/1 Vol. 122.

Hindriks, Jean (2002), *La formalisation et la prévision en économie*, in *Reflets et perspectives de la vie économique*, 2002/4 (Tome XLI), pages 21 à 31, De Boeck Supérieur.

Herlin, Philipe (2012), *Repenser l'économie*, Paris, Eyrolles.

Idatte, Paul (1969), *Clefs pour la cybernétique*, Paris, Seghers.

Israel, Giorgio (1996), *La mathématisation du réel, Essai sur la modélisation mathématique,* Paris, Éditions du Seuil.

Jorion, Paul (1989), *Principes des systèmes intelligents*, Bellecombe-en-Bauges, Éditions du Croquant, 2012.

Julien, Rémi ; Boter, Robert ; Kolb, Max (1985), *Les agrégats*, La Recherche n° 171, novembre 1985.

Kahan, Théo (1960), *Physique théorique*, Tome Premier, Volume 2, Paris, Presses Universitaires de France.

Kahneman, Daniel (2011), *Système 1 / Système 2 : les deux vitesses de la pensée*, trad. Raymond Clarinard, Paris, Flammarion, 2016.

Kim, Jaegwon (2006), *Trois essais sur l'émergence*, trad. Mathieu Mulcey, Paris, Ithaque.

Kripke, Saul (1972), *La logique des noms propres*, trad. Pierre Jacob et François Recanati, Paris, Éditions de Minuit, 1982.

Kuhn, Thomas (1970), *La structure des révolutions scientifiques*, trad. Laure Meyer, Paris, Flammarion, 1983.

Lachièze-Rey, Raphaël (2023), *Introduction à la théorie de l'information*, https://helios2.mi.parisdescartes.fr/~rlachiez/enseignement/ThInfo/MoncoursThinfo2024.pdf.

Langlois, Michel (1998), *Rareté, utilité et valeur : l'approche économique*, https://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/griseli/010013723.pdf.

Largeault, Jean (1985), *Systèmes de la nature*, Paris, Vrin.

Lenfle, Sylvain & Midler, Christophe (2003), *Gestion de projet et innovation*, L'encyclopédie de l'innovation, Economica, pp. 49-69, hal-00263271.

Lewis, David (1986), *De la pluralité des mondes*, trad. Marjorie Caveribère et Jean-Pierre Cometti, Paris-Tel-Aviv, Éditions de l'éclat, 2007.

Mandelbrot, Benoît (1967), *Sur l'épistémologie du hasard dans les sciences sociales, Invariance des lois et vérification des prédictions*, in *Logique et connaissance scientifique*, ouvrage collectif sous la direction de Jean Piaget, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade.

Mandelbrot, Benoît (1989), *Les objets fractals*, Paris, Flammarion.

Mandelbrot, Benoît (1997), *Fractales, hasard et finance*, Paris, Flammarion.

Mandelbrot, Benoît & Hudson, Richard L. (2009), *Une approche fractale des marchés*, trad. Marcel Filoche, Paris, Odile Jacob.

Mandelbrot, Benoît (s. d.), *L'application des fractales à la finance* (entretien avec *La Recherche*).

Marino, Jean-Bernard (1984), *Utilisation de la théorie mathématique de la communication en sciences de l'information*, Thèse pour obtenir le titre de Docteur en 3ème cycle, École des Hautes Études en Sciences Sociales.

Marquer, Paulette (1957), *La sociologie*, in *Histoire de la science*, ouvrage collectif sous la direction de Maurice Daumas, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade.

Martin-Robine, Florence (2006), *Histoire du principe de moindre action*, Paris, Vuibert.

Matalon, Benjamin (1967), *Épistémologie des probabilités*, in *Logique et connaissance scientifique*, ouvrage collectif sous la direction de Jean Piaget, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade.

Mayeur, Arnaud (2011), *Macroéconomie*, Paris, Nathan.

Mill, John Stuart (1866), *Système de logique*, trad. Louis Peisse, Bruxelles, Éditions Pierre Mardaga, 1988.

Mises, Ludwig von (1940), *L'action humaine*, Paris, Institut Coppet, 2011.

Mises, Richard von (1932), *Théorie des probabilités. Fondements et applications,* Annales de l'I. H. P., tome 3, no 2 (1932), p. 137-190,
http://www.numdam.org/article/AIHP_1932__3_2_137_0.pdf

Moati, Philippe (2001), *Les stratégies d'adaptation des entreprises : éléments d'analyse*, CRÉDOC-Université Paris 7, Département « Dynamique des marchés », Cahier de Recherche n° 160, octobre 2001.

Morin, Edgar (1990), *Au-delà du déterminisme : le dialogue de l'ordre et du désordre*, in *La querelle du déterminisme,* dossier réuni par Krzysztof Pomian, Paris, Gallimard.

Morin, Edgar (2015), *Messie, mais non*, in *Épistémologie entre complexité et simplexité*, vol. 1, collectif sous la direction de Charles Zacharie Bowao et Marcel Nguimbi, Paris, L'Harmattan.

Mugur-Schächter, Mioara (1997), *Les leçons de la mécanique quantique : vers une épistémologie formelle*, Manifeste du ceSef (Le Débat n° 94, mars-avril 1997).

Nikseresht, Iraj (2005), *Physique quantique, origines, interprétations et critiques*, Paris, Ellipses.

Nottale, Laurent (1998), *La relativité dans tous ses états*, Paris, Hachette.

Papert, Seymour (1967), *Remarques sur la finalité*, in *Logique et connaissance scientifique*, ouvrage collectif sous la direction de Jean Piaget, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade.

Pareto, Vilfredo (1909), *Manuel d'économie politique*, trad. Alfred Bonnet, Paris, Éditions V. Giard et E. Brière.

Passet, René (2012), *Les grandes représentations du monde et de l'économie à travers l'histoire*, Arles, Actes Sud.

Pendaries, Michel (2014), *De la gestion Coût-Délai-Qualité au pilotage par la valeur de la performance organisationnelle*, Dossier de Recherche en Economie et Gestion.

Perrin, Jean (1948), *Les atomes*, Paris, Gallimard, 1970.

Popper, Karl (1977), *Le soi et son cerveau*, trad. Daniel Pimbé et Stéphane Leclercq, Paris, Éditions Rue d'Ulm/Presses de l'École Normale Supérieure, 2018.

Popper, Karl (1984), *L'univers irrésolu*, trad. W. W. Bartley III, Paris, Hermann, 1986.

Popper, Karl (1990), *Un univers de propensions*, trad. Alain Boyer, Combas, Éditions de l'Éclat, 1992.

Prigogine, Ilya & Stengers, Isabelle (1986), *La nouvelle alliance*, Paris, Gallimard.

Radnitzsky, Gérard (1987), *La perspective économique sur le progrès scientifique*, in *Entre Wittgenstein et Popper*, Paris, Vrin.

Rioul, Olivier (2021), *Qu'est-ce que la théorie de l'information ?*, hal-03323539, https://telecom-paris.hal.science/hal-03323539v1/document.

Robert, A & Roy, A. G. (1993), *La modélisation fractale et la variabilité spatiale des phénomènes naturels*. Géographie physique et quaternaire, 47 (1), 3-19, https://doi.org/10.7202/032928ar.

Sapoval, Bernard (1997), *Universalités et fractales*, Paris, Flammarion.

Scheffler, Israel (1963), *Anatomie de la science, Études philosophiques de l'explication et de la confirmation*, trad. Pierre Thuillier, Paris, Éditions du Seuil, 1966.

Séguy-Duclot, Alain (2013), *La réalité physique*, Paris, Hermann.

Sendrier, Nicolas (2007), *Introduction à la théorie de l'information*, École Polytechnique, https://www.rocq.inria.fr/secret/Nicolas.Sendrier/thinfo.pdf.

Taleb, Nassim Nicholas (2005), *Le hasard sauvage*, trad. Carine Chichereau, Paris, Les Belles Lettres, 2020.

Taleb, Nassim Nicholas (2008), *Le cygne noir : La puissance de l'imprévisible*, trad. Christine Rimoldy, Paris, Les Belles Lettres.

Thiétart, Raymond Alain (2000), *Management et complexité : concepts et théories*, Centre de Recherche DMSP, Cahier n° 282, avril 2000.

Yildizoglu, Murat (2014), *Introduction à la microéconomie*, Université de Bordeaux, Édition libre, version 1.12.

Vatin, François (2009), *Le « travail physique » comme valeur mécanique (XVIIè_XIXè siècles). Deux siècles de croisements épistémologiques entre la physique et la science économique*, Cahiers d'histoire, Revue d'histoire critique 110, octobre 2009.

Zajdenweber, Daniel (2003), *La volatilité des cours est-elle irrationnelle ?*, Sociétal n° 40, 2ème trimestre 2003.

Zajdenweber, Daniel (2009), *Économie des extrêmes*, Paris, Flammarion.